

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
НИЖЕГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ
НИЖЕГОРОДСКИЙ ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
(ГОУ ДПО НИРО)

**ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ.
РЕЗУЛЬТАТЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ**

Нижний Новгород
2011

1. Общий итог экзаменов по математике

В 2011 году ЕГЭ по математике второй раз проходил в формате 2010 г. : 12 заданий части В и 6 заданий части С с максимальным результатом за работу 30 первичных баллов.

Отличие только в том, что задание С1 представляет собой уравнение вместо системы уравнений, а задание С5, наоборот, систему уравнений с параметром вместо уравнения.

Число вариантов в основном потоке (06.06.) было 25. В таблицах 1 и 2 представлены основные численные результаты экзаменов. После первичной обработки всех результатов экзамена по регионам, Рособрнадзор представил шкалу перевода первичных баллов (0-30) в стобалльную систему. Чтобы ученик считался подготовленным по математике на базовом уровне достаточно было выполнить 4 (!) задания из В части. Хотя требования по сравнению с прошлогодними ужесточились (было три задания в 2010 г.), но остались более мягкими по сравнению с обоснованными рекомендациями ФИПИ – 5 заданий. Даже при таких мягких требованиях количество не преодолевших этот порог очень высоко. В целом по стране 06.06.11 минимальную границу (4 первичных балла) не преодолели 45,6 тыс. человек (6,2% общего числа участников экзамена, как и в 2010г.).

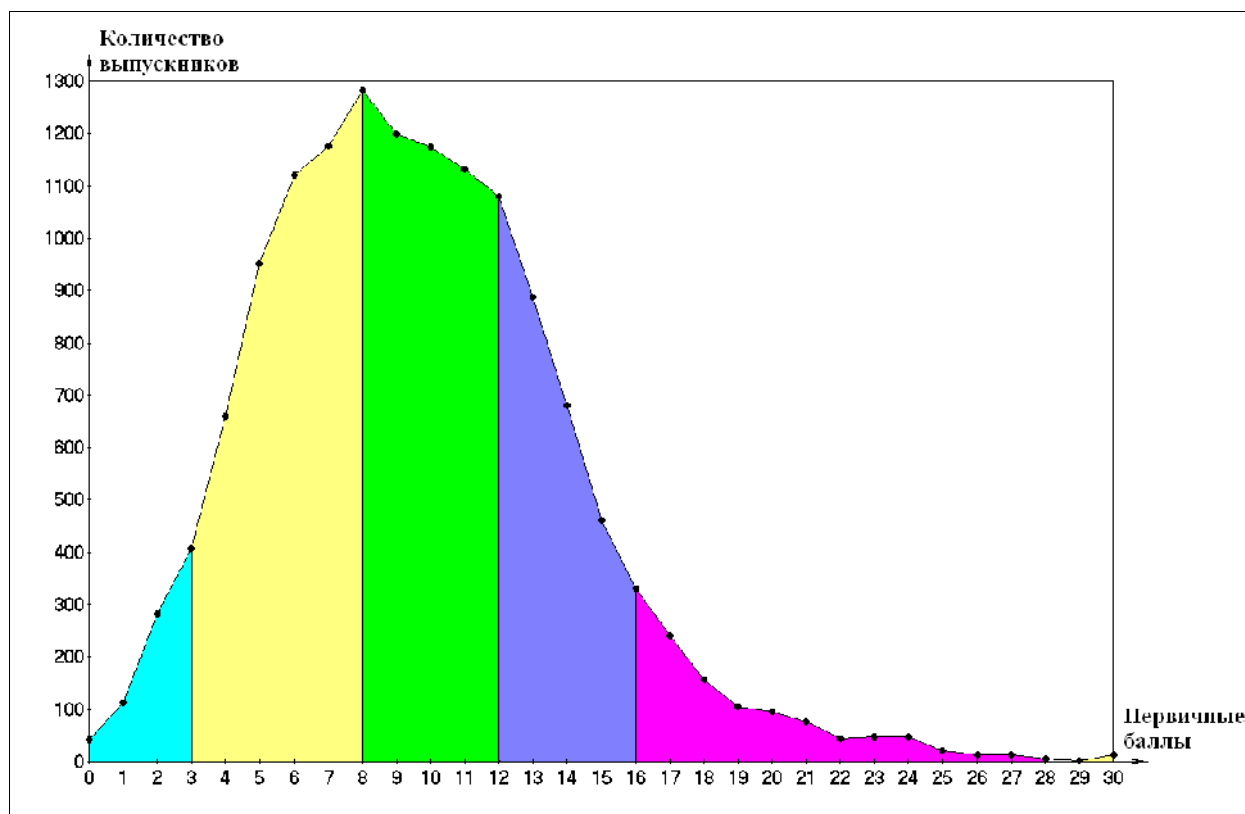
Таблица 1.

Дата экзамена	Число участников	Не преодолели порог	%	Средний тестовый балл	Число апелляций
06.06	15125	1318	8,714	44,52	215
	13861 (МОУ)	847	6,11	46,07	
	755 (фм.лицей)	1	0,13	65,86	
	1264(НиСПО)	471	37,26	27,48	
20.06	663(МОУ)	99	14,93	30,21	8
11.07	348 (НиСПО и выпускники прошлых лет)	172	49,43	23,76	7

В таблице 2 представлены итоговые результаты экзамена 06.06. в муниципальных образовательных учреждениях. В первой строке даны первичные баллы, во второй результат в стобалльной системе, в третьей – число участников ЕГЭ, получивших данный результат, в четвёртой – суммарное число участников. Далее эти данные представлены на рисунке. Предложенное разделение по группам достаточно условное и ориентировано на рекомендации ФИПИ 2010г., где для анализа результатов выполнения тестов рассматривать 4 уровня: неудовлетворительный (ниже 24), низкий (24-41), средний (45-56) и высокий (свыше 60). Рекомендации ФИПИ 2011 см. ниже.

Таблица 2.

первичные баллы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
стобалльная шкала	0	6	12	18	24	30	34	38	41	45	49
число участников	43	113	283	408	660	952	1121	1175	1282	1199	1173
Σ	43	156	439	847	1507	2459	3580	4755	6037	7236	8409
первичные баллы	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
стобалльная шкала	52	56	60	63	66	68	70	73	75	77	80
число участников	1132	1080	887	680	461	330	240	157	106	95	76
Σ	9541	10621	11508	12188	12649	12979	13219	13376	13482	13577	13653
первичные баллы	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
стобалльная шкала	82	84	87	89	91	94	96	98	100		
число участников	44	47	47	21	14	14	6	2	13		
Σ	13697	13744	13791	13812	13826	13840	13846	13848	13861		



2. Выполнение заданий части В

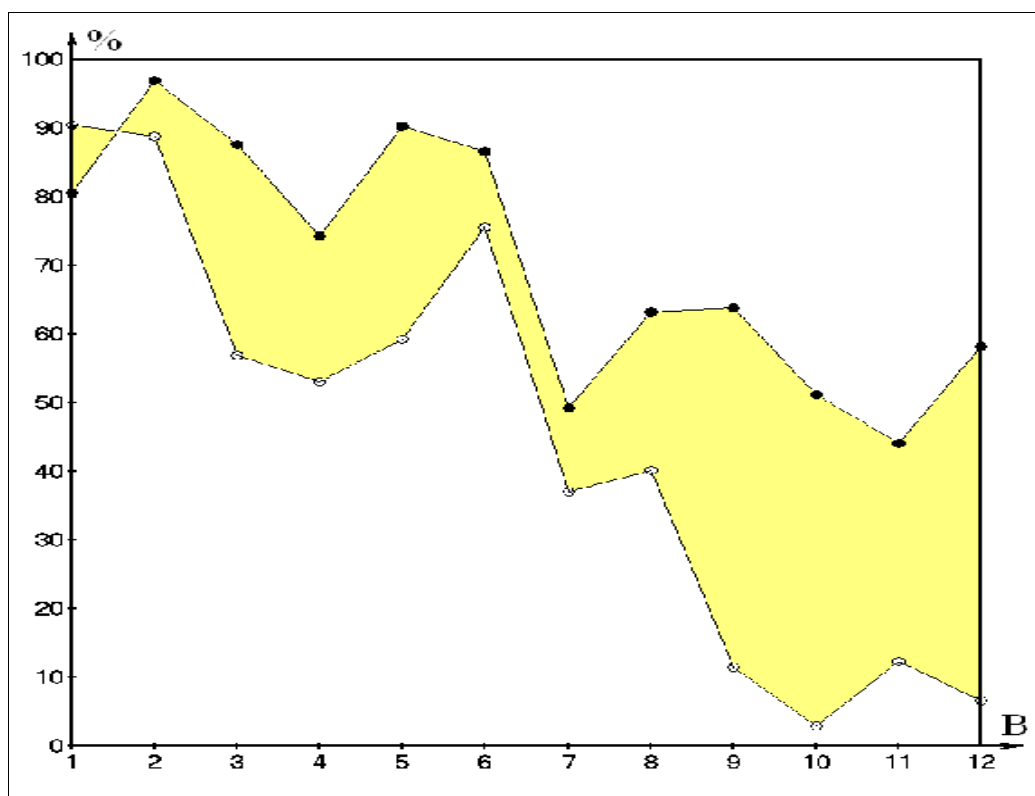
В таблице 3 представлены результаты выполнения заданий базового уровня сложности 6.06., 20.06. и 11.07. Вторая строчка от 6.06. – это результаты по России. На третьей строчке выписана относительная разность выполнения заданий:

$$\frac{B_i\%(6.06.) - B_i\%(20.06.)}{B_i\%(6.06.)} \cdot 100\% .$$

На рис. ниже показано выполнение заданий от 6.06. и 20.06.. Следует учесть, что 20.06. пересдавали выпускники, не набравшие проходной балл.

Таблица №3

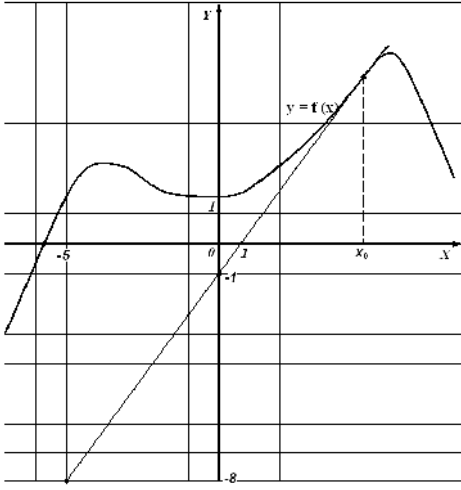
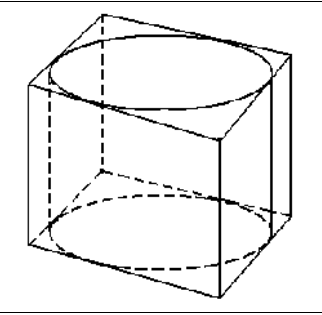
В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
6 июня (МОУ)											
80,57	96,94	87,7	74,24	90,26	86,6	49,3	63,21	63,88	51,14	44,1	58,29
80,1	95,6	88,0	75,7	87,2	85,0	52,5	64,2	68,7	55,2	49	67,6
20 июня (МОУ)											
90,5	88,84	56,86	53,09	59,28	75,57	37,1	40,12	11,46	2,87	12,37	6,64
Разность, %											
-12,3	8,4	35,2	28,5	34,3	12,7	24,7	36,5	82,1	94,4	72	88,6
11 июля (НиСПО и выпускники прошлых лет)											
В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
79,31	82,76	41,67	14,37	26,72	36,78	50	15,8	14,37	13,51	13,51	27,59



В таблице 4. указаны характерные задания этой части, взятые из банка заданий ФИПИ. Все варианты, выполняемые экзаменуемым, были одинаковы по уровню сложности. Отличия были только в задании другого набора чисел.

Таблица 4. Примерный вариант заданий В уровня в ЕГЭ 2011

№	Примерное задание																												
1	В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1100 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недель?																												
2	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> </div> <div style="flex: 2;"> <p>На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60 °С до температуры 90 °С.</p> </div> </div>																												
3	Решите уравнение $\sqrt{33 - 2x} = 5$																												
4	В треугольнике ABC проведена биссектриса AD. Угол ACB равен 96° , угол CAD равен 5° . Определите угол ABC.																												
5	<p>В таблице даны средние цены (в рублях) на некоторые продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Наименование п</th> <th>одукта Новгород</th> <th>Курск</th> <th>Екатеринбург</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Пшеничный хлеб (батон)</td> <td>13</td> <td>10</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>Молоко (1 литр)</td> <td>25</td> <td>21</td> <td>27</td> </tr> <tr> <td>Картофель (1 кг)</td> <td>9</td> <td>13</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>Сыр (1 кг)</td> <td>260</td> <td>220</td> <td>270</td> </tr> <tr> <td>Мясо (говядина, 1 кг)</td> <td>280</td> <td>240</td> <td>300</td> </tr> <tr> <td>Подсолнечное масло (1 литр)</td> <td>38</td> <td>44</td> <td>50</td> </tr> </tbody> </table> <p>Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 батона пшеничного хлеба, 3 кг картофеля, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях)</p>	Наименование п	одукта Новгород	Курск	Екатеринбург	Пшеничный хлеб (батон)	13	10	16	Молоко (1 литр)	25	21	27	Картофель (1 кг)	9	13	16	Сыр (1 кг)	260	220	270	Мясо (говядина, 1 кг)	280	240	300	Подсолнечное масло (1 литр)	38	44	50
Наименование п	одукта Новгород	Курск	Екатеринбург																										
Пшеничный хлеб (батон)	13	10	16																										
Молоко (1 литр)	25	21	27																										
Картофель (1 кг)	9	13	16																										
Сыр (1 кг)	260	220	270																										
Мясо (говядина, 1 кг)	280	240	300																										
Подсолнечное масло (1 литр)	38	44	50																										
6	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> </div> <div style="flex: 2;"> <p>Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см x 1 см (см. рис.) Ответ дайте в квадратных сантиметрах.</p> </div> </div>																												
7	Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.																												

8		<p>На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.</p>
9	<p>Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 3. Объём параллелепипеда равен 36. Найдите высоту цилиндра.</p>	
10	<p>В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) – начальная масса изотопа, t (мин.) – время, прошедшее от начального момента, T (мин.) – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 50$ мг. Период его полураспада $T = 5$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг?</p>	
11	<p>Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 8x + 4$ на отрезке $[1; 7]$.</p>	
12	<p>Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 40 км, одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Известно, что за час мотоциклист проезжает на 50 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 3 часа 20 минут позже мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.</p>	

Первичный анализ показывает, что наибольшие затруднения как и прежде вызывают задания В7-В12. Кроме того, мы видим, что задания В9-В12 – это задания, отделяющие неудовлетворительный и низкий уровень выполнения ЕГЭ от среднего и высокого уровня. Таким образом, если выпускник получил ниже 9 баллов, то это означает, что его уровень соответствует уровню выпускника основной школы, но никак уровню выпускника старшей школы. Следует отметить, что в целом результаты этого года выше и мало отличаются от средних данных по России, чего не было в 2010г. Федеральные результаты в среднем на 5% выше только по проблемным заданиям В9-В12.

3. Выполнение заданий части С

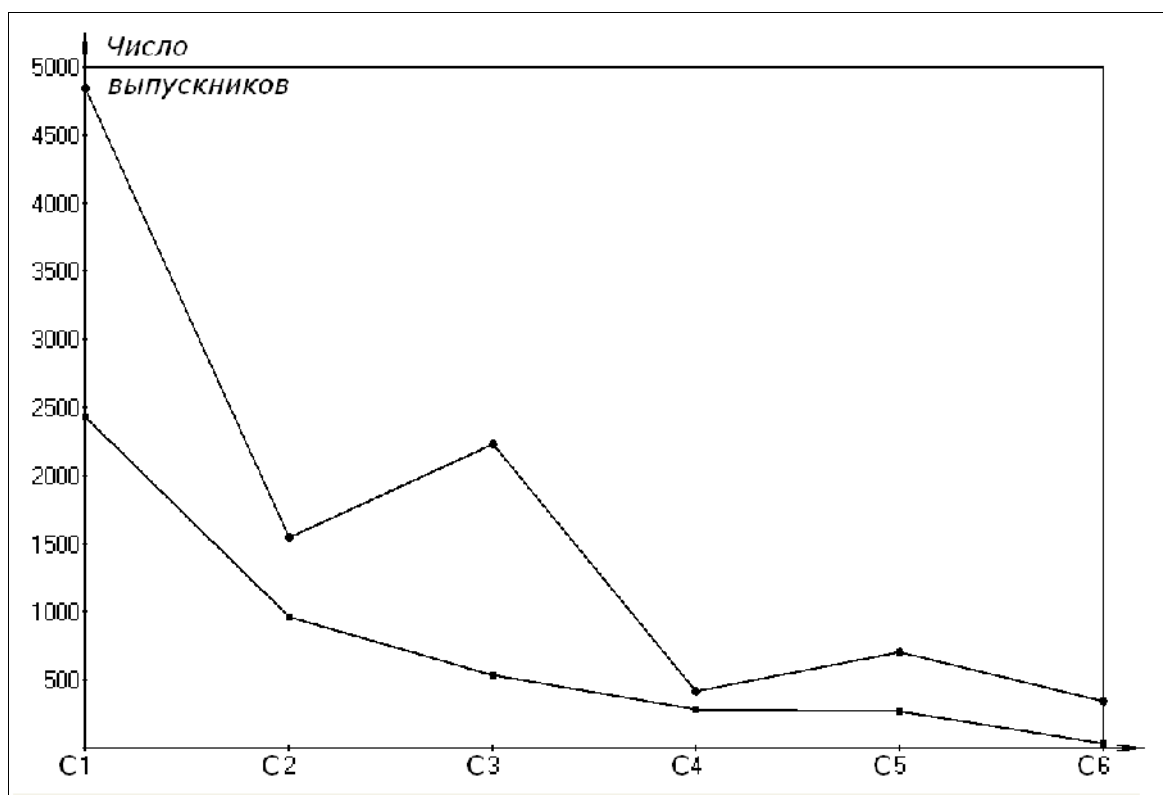
В таблице 5 представлены результаты выполнения заданий повышенного уровня сложности (С1-С4) и высокого уровня сложности (С5, С6) от 6.06. Последние две колонки таблицы отражены на рисунке. «В целом решили» – означает, что выпускник получил два балла в С1 и С2, 2; 3 балла в заданиях С3 и С4 и 3; 4 балла в заданиях С5 и С6. В таблице 6 показано число выпускников, получивших баллы за задания второй части 20.06. и 11.07.

Таблица 5.

№	1 балл		2 балла		3 балла		4 балла		Получили баллы за задание	В целом решили
	Число	%	Число	%	Число	%	Число	%		
С1	2405	17,35	2437	17,58					4842	2437
С2	581	4,19	967	6,98					1548	967
С3	1694	12,22	171	1,23	371	2,68			2236	542
С4	131	0,95	154	1,11	137	0,99			422	291
С5	263	1,9	173	1,25	98	0,71	172	1,24	706	270
С6	277	2	32	0,23	8	0,06	30	0,22	347	38

Таблица 6.

Задание	Число	С1	С2	С3	С4	С5	С6
Получили баллы за задание	20.06.	8	4	2	0	0	0
Получили баллы за задание	11.07.	9	9	3	2	2	6



Из рис. следует, что сложность заданий последовательно растёт от номера к номеру. В заданиях С1 и С3 число тех, кто выполнил задание сильно отличается от числа тех, кто сделал какой-либо один правильный шаг. Выполнение заданий С-части в области на несколько процентов ниже, чем среднероссийские данные. Особенно нужно обратить внимание на задание С1, где 1 и 2 балла получили 41,8%, в то время как в области 34,93%. В 2011 г. ФИПИ был проведен опрос вузов, в ходе которого был экспертным методом определен минимальный балл ЕГЭ, а также балл («уровень хорошего абитуриента технического вуза»), получение которого свидетельствует о хорошем уровне подготовки участника экзамена, а именно: о наличии системных знаний, об овладении комплексными умениями, о способности выполнять творческие задания по математике. Он оказался равным 14 первичным баллам (63 тестовых балла). Это практически соответствует баллам за выполнение всех заданий базового уровня (часть 1) и хотя бы одного задания повышенного или высокого уровня (часть 2). Таким образом, анализ выполнения заданий ЕГЭ позволяет рекомендовать следующие границы традиционных школьных отметок в зависимости от первичных баллов (табл. 7):

Таблица 7. Возможные границы оценок в баллах ЕГЭ для школ и лицеев

Оценка	1	2	3	4	5
МОУ	0-3	0-3	4-8	9-13	14-30
лицей	0-3	4-8	9-13	14-17	18-30

По результатам выполнения работы участники экзамена по рекомендации ФИПИ 2011 г. разделяются на четыре группы (табл. 8). Эти группы более широкие и не связаны со школьными отметками. Такое деление больше соответствует делению по учебным заведениям с разным уровнем подготовки (см. средний балл в НиСПО – 1-я группа, МОУ- 2-я группа, лицеях – 3 и 4 группы).

Таблица 8. Группы выпускников с различным уровнем подготовки

Номер группы	Первичный балл	Тестовый балл	Уровень подготовки	Процент участников
I	от 0 до 5	от 0 до 30	Низкий (участники не преодолевшие планируемый порог в 5 первичных баллов или набравшие ровно 5 первичных баллов)	17,7 (РФ 15,6)
II	от 6 до 12	от 34 до 56	Базовый (выпускники, успешно освоившие	58,9 (РФ 57,9)

			курс математики на базовом уровне, не имеющие достаточной подготовки для успешного продолжения образования по специальностям, требующим повышенного и высокого уровня математической компетентности)	
III	от 13 до 22	от 60 до 82	Повышенный (выпускники, успешно освоившие курс математики и имеющие достаточный уровень математической подготовки для продолжения образования по большинству специальностей, требующих повышенного и высокого уровней математической компетентности)	22,2 (РФ 25,3)
IV	от 23 до 30	более 84	Высокий (выпускники, имеющие уровень подготовки, достаточный для продолжения обучения по специальностям с самыми высокими требованиями к уровню математической компетентности)	1,2 (РФ 1,2)

Ниже указаны характерные задания С части из вариантов ЕГЭ. Все варианты, выполняемые экзаменуемыми, были одинаковы по уровню сложности.

Примерный вариант заданий С уровня с критериями в ЕГЭ 2011

С1 Решите уравнение $(6 \sin^2 x + 5 \sin x - 4) \cdot \sqrt{-7 \cos x} = 0$.

Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi i; \frac{5\pi}{6} + 2\pi i, n \in Z \right\}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно найдены все значения переменной x , при которых равен нулю первый сомножитель левой части исходного уравнения. Возможно отбор найденных значений или не произведен, или произведён неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С2 В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, стороны основания которой равны 3, а боковые рёбра равны 4, найдите расстояние от точки C до прямой D_1E_1 .

Ответ: $\left\{ \frac{\sqrt{91}}{2} \right\}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической	1

задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3 Решите неравенство $3\log_{11}(x^2 + 8x - 9) \leq 4 + \log_{11} \frac{(x-1)^3}{x+9}$ Ответ: $[-20; -9) \cup (1; 2]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным количеством значений переменной, при которых определены обе части исходного неравенства	2
Произведён переход от исходного неравенства к неравенствам, которые не содержат логарифмов и являются следствиями исходного неравенства. Возможно ограничения, при которых исходное неравенство имеет смысл, отсутствуют или найдены неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4 Прямая, перпендикулярная боковой стороне равнобедренного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок прямой, заключённый внутри треугольника, равен 6, а отношение боковой стороны треугольника к его основанию равно $\frac{5}{6}$.

Ответ: $\frac{9}{2}; \frac{21}{4}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система имеет единственное решение.

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4 \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases} \quad \text{Ответ: } \{3; \sqrt{65} + 2\}$$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены оба верных значения параметра, но – или в ответ включены также и одно-два неверных значения; – или решение недостаточно обосновано	3
С помощью верного рассуждения получено хотя бы одно верное значение параметра	2

Задача сведена к исследованию: – или взаимного расположения трёх окружностей; – или двух квадратных уравнений с параметром	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

- С6** На доске написано более 42, но менее 56 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 4, среднее арифметическое всех положительных из них равно 14, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -7.
- а) Сколько чисел написано на доске?
б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
в) Какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди них?
- Ответ: а) 49; б) положительных; в) 22.

Содержание критерия	Баллы
Верно выполнены: а), б), в) (пример) в) (оценка)	4
Верно выполнены три пункта из четырёх: а), б), в) (пример) в) (оценка)	3
Верно выполнены два пункта из четырёх: а), б), в) (пример) в) (оценка)	2
Верно выполнен один пункт из четырёх: а), б), в) (пример) в) (оценка)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

4.1. Общие выводы

По итогам экзамена набрали ниже минимального балла в области 6,11%. Можно уверенно сказать, что это выпускники, у которых отсутствуют базовые математические компетенции: умение анализировать условие задания, решать простейшие практические задачи, базовые знания по курсу математики. При этом 10,9% выпускников набрали менее 5 первичных баллов, то есть имеют весьма низкий уровень знаний по математике. Анализ выполнения заданий ЕГЭ этой категорией экзаменуемых показывает слабую сформированность базовых математических компетенций. На уровне образовательных учреждений следует уделять больше внимания своевременному выявлению учащихся, имеющих слабую математическую подготовку, выявлять доминирующие факторы, определяющие неуспешность, а для учащихся, имеющих мотивацию к ликвидации пробелов в своих знаниях, организовывать специальные профильные группы. Отметим, что полное решение проблем, порождающих неуспешность при обучении математике, только силами образовательных учреждений невозможно – во многих случаях проблемы носят социальный характер.

Выпускникам с удовлетворительным уровнем подготовки (37,4% от числа участников ЕГЭ), набравшим 4-8 первичных баллов, нецелесообразно продолжать образование в вузах, имеющих, в соответствии с государственными стандартами, в своих учебных планах математическую составляющую.

Наибольшую группу (56,4%) составили экзаменуемые с хорошим уровнем подготовки. Они владеют математикой на уровне требований современной жизни, потенциально готовы к продолжению образования в вузах, предъявляющих невысокие требования к математическому уровню абитуриентов. В целом ЕГЭ по математике 2011 г. показал, что значительная часть выпускников осваивают курс математики средней (полной) школы, овладевают математическими компетенциями, необходимыми в обычной жизни и для продолжения образования по выбранной специальности. Выявленные проблемы преподавания математики в школе допускают возможность эффективного решения в среднесрочной перспективе.

4.2. Рекомендации по подготовке к ЕГЭ 2012 г. по математике

Экзамен 2012г. будет проходить в формате 2011г. с небольшими изменениями. Изменения коснутся первой части экзамена, в которой будет 14 заданий. Добавится 2 задания по стереометрии и теории вероятности и статистике. Таким образом, и рекомендации 2010 г. и учебная литература к экзаменам остались актуальными и востребованными. Для организации непосредственной подготовки к ЕГЭ 2012 г. учителю и самому будущему участнику ЕГЭ рекомендуется, прежде всего, точнее определить целевые установки, уровень знаний и проблемные зоны, в соответствии с этим выработать стратегию подготовки. Можно условно выделить следующие целевые группы школьников:

Первая целевая группа – учащиеся с низким уровнем подготовки, фактически не освоившие материал основной школы. Наиболее важной проблемой, с которой может столкнуться учитель, будет отсутствие мотивации и базовых математических навыков. Следует начинать повторение с арифметического и алгебраического материала V–VI классов, регулярно отрабатывать технику вычислений. Следует обратить особое внимание на решение практико-ориентированных задач, обучение внимательному чтению условий задач. Также целесообразно диагностировать темы, по которым у ученика имеются определенный положительный задел, и стараться повысить успешность выполнения заданий по этим темам.

Вторая целевая группа – учащиеся, имеющие неплохой уровень базовой математической подготовки, но не намеренные использовать результаты ЕГЭ по математике для поступления в вуз. Им следует уделить определенное время закреплению успешности выполнения заданий части 1 и, возможно, решению одного из заданий C1 или C2 (в зависимости от индивидуальной склонности к алгебре или геометрии).

Третья целевая группа – учащиеся, имеющие достаточный уровень базовой математиче-

ской подготовки, планирующие использовать результаты ЕГЭ по математике для поступления в вуз. Им следует, оценив текущий уровень знаний и диагностировав проблемы в освоении курса, добиться 100%-ного выполнения заданий части 1, а также определить круг заданий части 2 КИМ, которые реально выполнить во время экзамена (ориентиром могут служить хорошо освоенные темы). Необходимо также уделить внимание тренировке безошибочного выполнения алгебраических преобразований и вычислений. Целесообразно потренироваться в выполнении задания С6 (с целью выполнить его хотя бы на 1–2 балла).

Четвертая целевая группа – учащиеся с высоким уровнем математической подготовки, намеренные использовать ЕГЭ по математике для поступления в вузы с высоким конкурсом. Им следует определить задания части 2, вызывающие наибольшие затруднения, и работать над соответствующими темами. При этом целесообразно регулярно проводить тренинг по заданиям части 1, что будет способствовать не только снижению вероятности случайной потери балла на экзамене, но и повышению общей культуры вычислений, которая особенно важна при выполнении заданий с развернутым ответом. Еще раз следует подчеркнуть, что подготовка к ЕГЭ не может заменить регулярное и постепенное изучение курса математики старшей школы в соответствии с утвержденным тематическим и поурочным планированием. Подготовка к ЕГЭ в течение учебного года уместна в качестве закрепления пройденного материала, педагогической диагностики и контроля и должна сопровождать, а не подменять полноценное преподавание курса средней школы.