1С:Математический конструктор 3.0: [Безымянный] *

Файл Правка Геометрия Алгебра Оформление Кнопки Мои инструменты Справка

М. В. Котельникова

Программная среда «Математический конструктор» в обучении математике

Методическое пособие

Государственное бюджетное образовательное учреждение
дополнительного профессионального образования
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

М. В. Котельникова

ПРОГРАММНАЯ СРЕДА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОНСТРУКТОР» В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Методическое пособие

Нижний Новгород
Нижегородский институт развития образования
2020

УДК 372.851
ББК 74.262.2(2Рос)
К73

Автор

М. В. Котельникова, старший преподаватель кафедры теории и методики обучения математике ГБОУ ДПО НИРО

Рецензенты

Ю. Б. Великанов, канд. пед. наук, учитель МАОУ «Школа № 187 с углубленным изучением отдельных предметов», Н. Новгород, заслуженный учитель РФ;

В. Г. Гавриленко, доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой распространения радиоволн и радиоастрономии радиофизического факультета ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского»

Рекомендовано к изданию
научно-методическим экспертным советом
ГБОУ ДПО НИРО

Котельникова, М. В.

К73 Программная среда «Математический конструктор» в обучении математике : методическое пособие / М. В. Котельникова. — Н. Новгород : Нижегородский институт развития образования, 2020. — 31 с.

ISBN 978-5-7565-0858-1

Методическое пособие содержит краткое описание программной среды «Математический конструктор», ее основных характеристик и возможностей; изложены основные приемы работы по созданию динамических геометрических чертежей и графиков алгебраических функций; приведены примеры для самостоятельной работы.

Данное пособие может быть использовано слушателями квалификационных курсов учителей математики Нижегородской области для приобретения навыков работы в программной среде «Математический конструктор».

УДК 372.851
ББК 74.262.2(2Рос)

ISBN 978-5-7565-0858-1

Введение

В настоящее время интерактивные динамические системы — одно из самых эффективных средств обучения математике с применением информационно-компьютерных технологий. Построение, выполненное с помощью такой системы, является моделью, которая сохраняет не только результат построения, но и его исходные данные, алгоритм и зависимости между объектами. При этом данные легкодоступны для изменения — можно перемещать мышью точки, варьировать размеры, при помощи клавиатуры вводить новые значения числовых данных и тому подобное. Все эти изменения можно тут же видеть на мониторе. В этом и заключается огромное преимущество интерактивных динамических систем перед традиционным рисунком — геометрическим чертежом, или графиком функции, построенным на листе бумаги или с помощью обычных систем компьютерной графики.

Основная задача каждого школьника — получить качественное образование, в том числе и математическое, а после окончания 9-го класса достойно пройти серьезное испытание — основной государственный экзамен (ОГЭ) по математике. Одиннадцатиклассники, в свою очередь, должны сдать единый государственный экзамен (ЕГЭ). Определяющим фактором успешной сдачи экзаменов по математике является системное и качественное изучение данного предмета.

Наряду с применением различных методик, развивающих логическое мышление и позволяющих систематически отрабатывать навыки решения задач различного уровня, далеко немаловажную роль играет повышение уровня мотивации к обучению. При отсутствии у учащегося интереса к изучению и целенаправленности в освоении предмета практически невозможно получать высокие результаты обучение. В обучающий процесс необходимо привносить соответствующие современные технологии, позволяющие отойти от стереотипности и существенно разнообразить урок.

Использование информационных технологий значительно расширяет спектр возможностей учителя в передаче своих знаний и умений как на уроке, так и вне его. Демонстрация учащимся визуальных материалов с помощью инновационных интерактивных средств делает учебный процесс разнообразным, не нарушая при этом привычный ритм работы. Урок становится более интересным, информационно насыщенным, повышается уровень восприятия и усвоения материала.

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНОЙ СРЕДЫ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОНСТРУКТОР»

«Математический конструктор» — ведущая российская разработка мирового класса в области интерактивных динамических систем для школьников. Программная среда создана с учетом требований, предъявляемых российской школой и российской традицией преподавания математики, использует уникальный опыт лучших педагогов-математиков и пожелания российских пользователей.

Динамический наглядный механизм программной среды «Математический конструктор» предоставляет младшим школьникам возможность творческой манипуляции с объектами, а ученикам старшей школы — полнофункциональную среду для конструирования и решения задач.

Первая версия «Математического конструктора» вышла в 2005 году. В настоящее время разработана версия 8.0.

Мы остановимся на рассмотрении версии 3.0 (2008 год), так как на данный момент именно этот ресурс находится в свободном доступе в интернете.

Основные характеристики программной среды «Математический конструктор»:

- может использоваться как дома, так и в школе при различных формах проведения занятий и различной компьютерной оснащенности учебного класса;
- позволяет быстро и эффективно освоить школьный курс;
- повышает запоминаемость материала;
- предоставляет возможность изучать предмет на основе деятельностного подхода за счет внедрения элементов эксперимента и исследования в учебный процесс;
- повышает степень эмоциональной вовлеченности учеников, предусматривает возможность постановки творческих задач и организации проектной работы;
- показывает, как современные технологии эффективно применяются для моделирования и визуализации математических понятий, в том числе в других школьных дисциплинах — физике, астрономии, биологии, экономике.

Практическая апробация подтверждает, уже после краткого знакомства с программой учителя и ученики могут эффективно работать с программной среды «Математическим конструктором» на уроках и дома.

Основные технические особенности программной среды «Математический конструктор»:

- обеспечивает кроссплатформенность, то есть возможность работать с инструментальным комплексом на компьютерах под управлением различных операционных систем — Windows, Linux, Mac OS;
- допускает произвольное расширение возможностей конструктивной среды и учебных моделей за счет создания пользовательских инструментов и использования встроенного скриптового языка программирования.

Построенный чертеж с элементами управления может быть экспортирован в виде апплета — html-страницы и сопровождающих ее файлов, которые позволяют просматривать чертеж и полноценно работать с ним в любом браузере (Internet Explorer, Firefox и так далее).

РУКОВОДСТВО ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ОСВОЕНИЮ МЕНЮ «ГЕОМЕТРИЯ»

Знакомство с программной средой «Математический конструктор» с целью ее освоения целесообразно начать с изучения руководства пользователя. Для этого в верхней строке меню на экране сначала выбираем кнопку «Справка» (рис. 1).

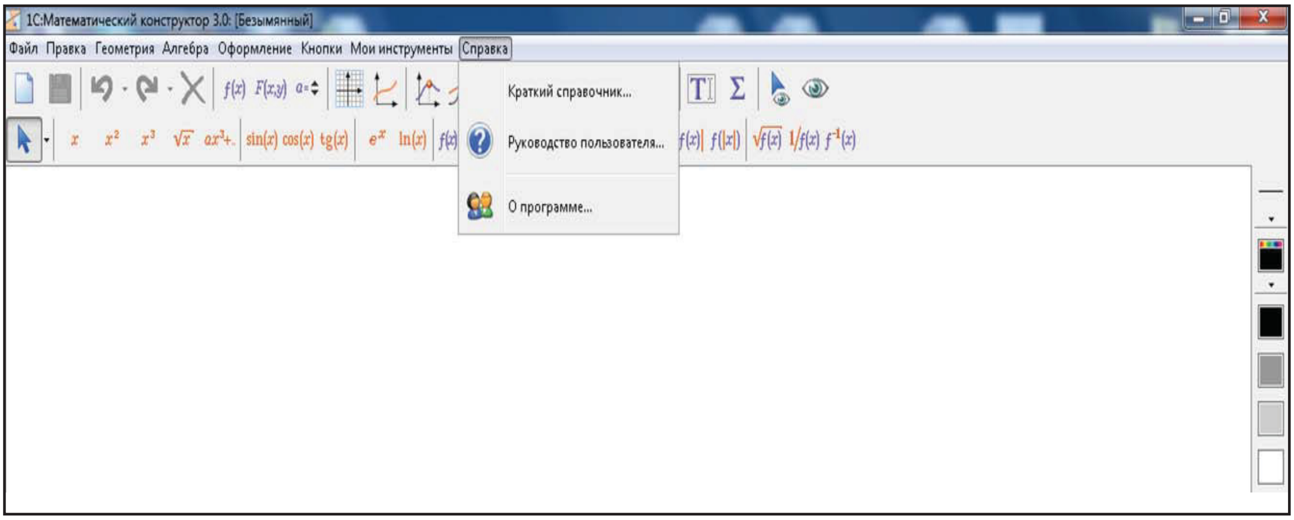


Рис. 1

Далее рассмотрим составляющие — «Файл», «Правка», «Оформление». Начнем непосредственное освоение с геометрии. Например поставим точку на листе. Для этого на экране нажмем левой клавишей мыши кнопку со значком  и щелкнем в нужном месте листа опять-таки левой клавишей мыши. Появится точка (на рис. 2 — точка A).

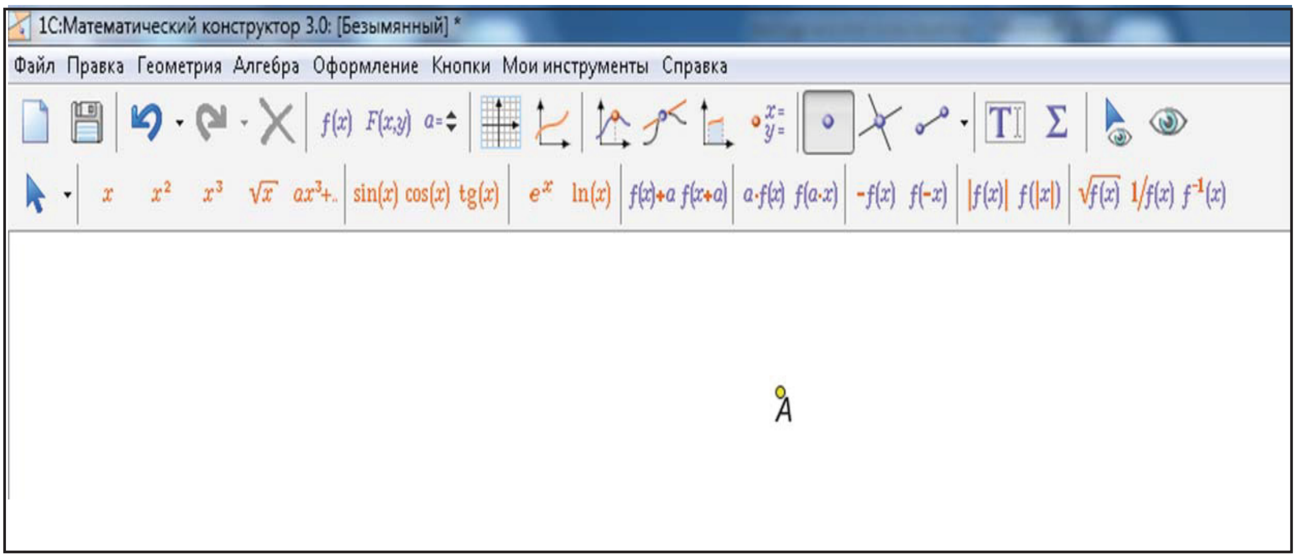


Рис. 2

Нажимаем левую клавишу мыши или стрелку на экране во втором ряду слева (рис. 3). Таким образом можно поставить любое количество точек. Для завершения этой операции необходимо нажать или правую клавишу мыши, или значок , который находится в левом верхнем углу «Меню» (рис. 3).

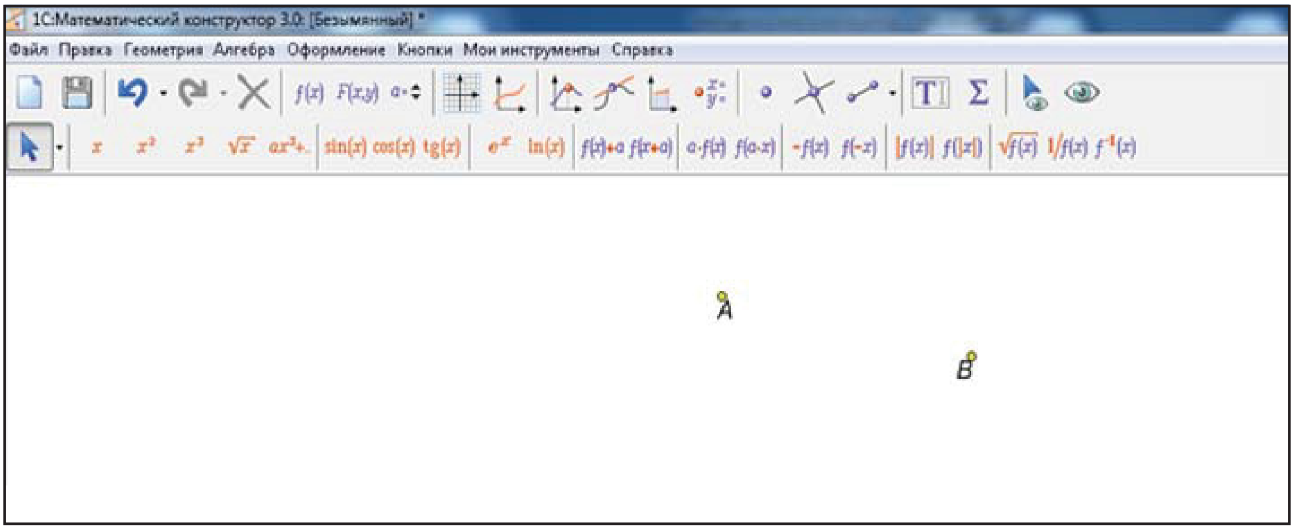


Рис. 3

Для построенной точки, как и любого другого созданного объекта, можно посмотреть их свойства. Для этого наводим мышку на выбранную точку и щелкаем правой клавишей. Появляется таблица (рис. 4).

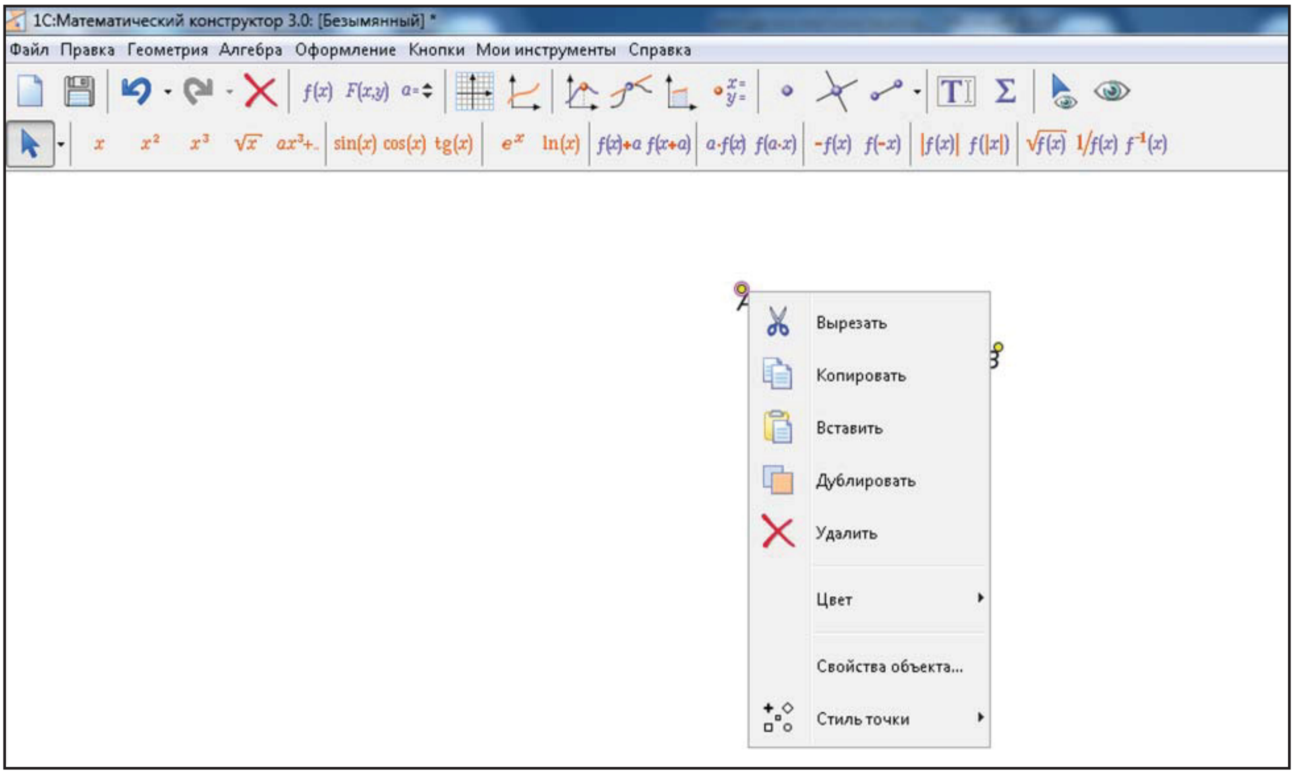


Рис. 4

Выбираем «Свойства объекта» (рис. 5).

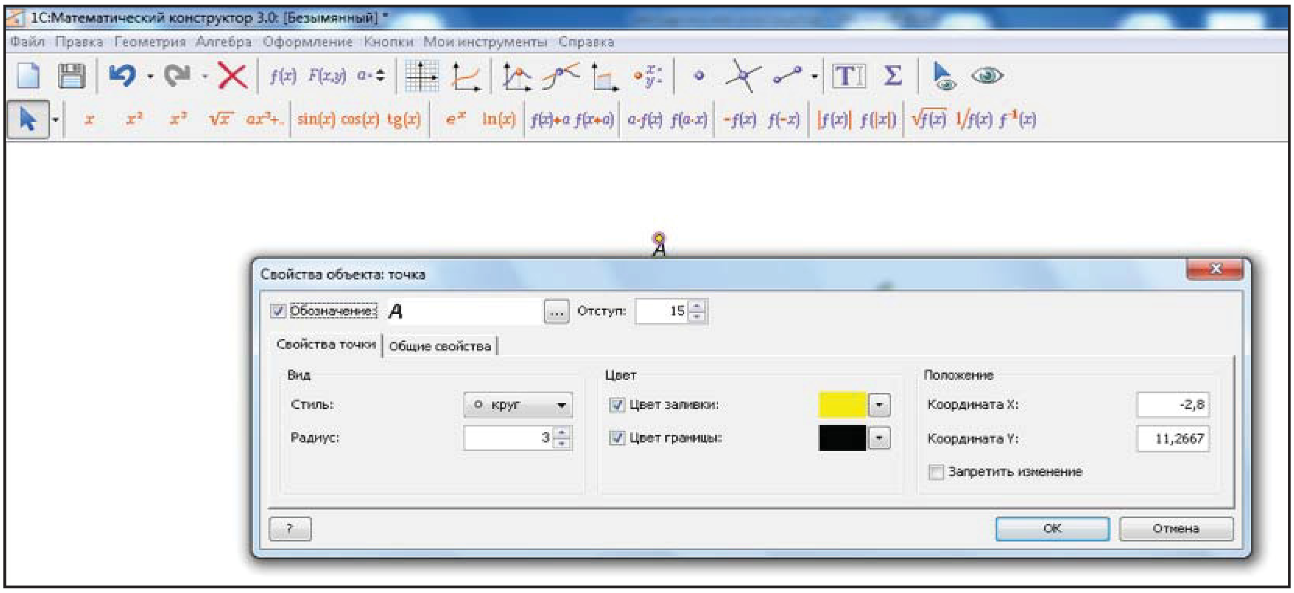
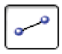


Рис. 5

Можно внести изменения в каждом из пунктов этой таблицы.

Далее, например, построим отрезок. Для этого выберем кнопку , построим произвольный отрезок (рис. 6).

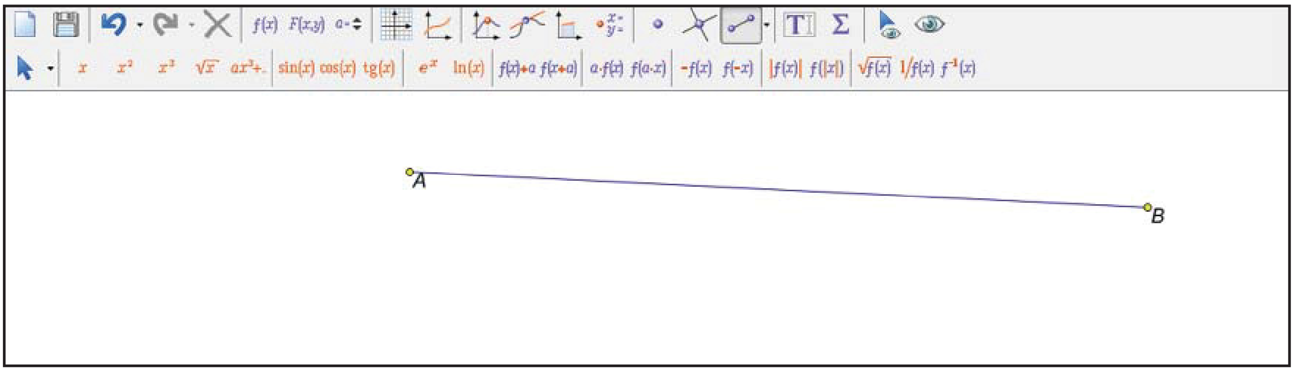


Рис. 6

Измерим длину отрезка. Выбираем кнопку «Геометрия», затем «Измерения», «Расстояние между точками» (рис. 7).

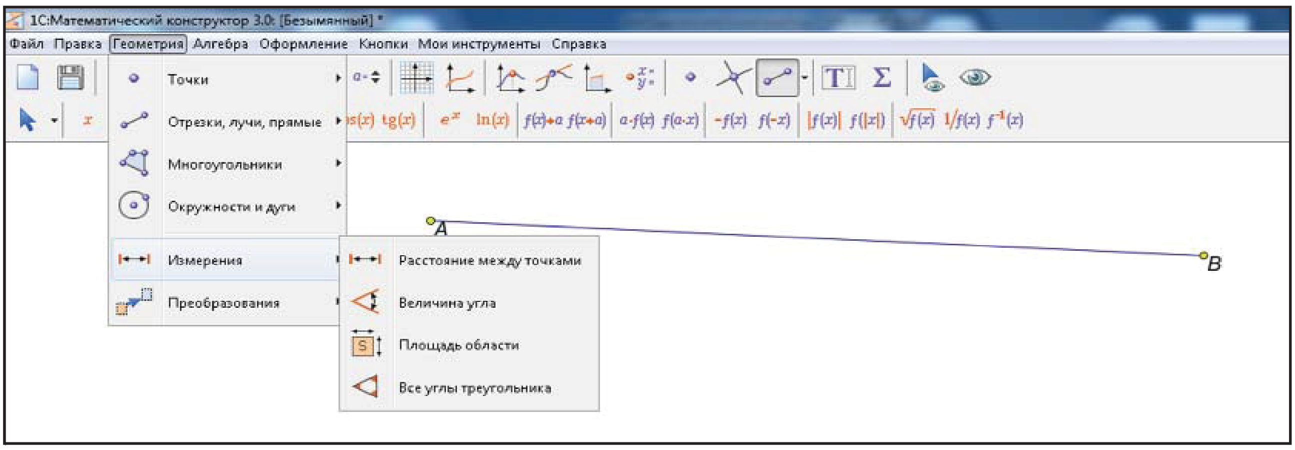


Рис. 7

Теперь по очереди нажимаем левой клавишей мыши сначала на одну точку, потом на другую. Получаем размер с точностью до десятых (по умолчанию). В «Свойствах объекта» мы можем увеличить точность до сотых и тысячных (рис. 8).

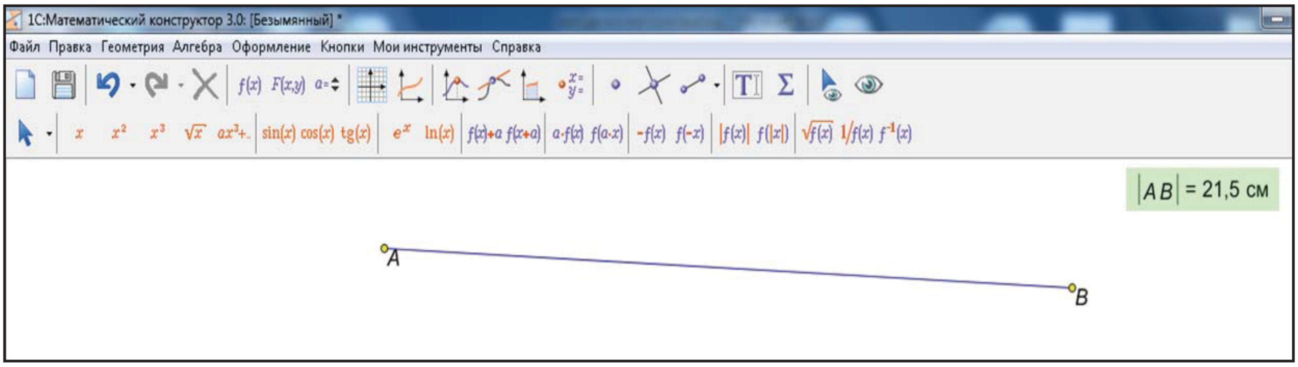


Рис. 8

Каждый созданный объект динамичен. С помощью мыши и нажатой на ней левой клавиши можно двигать объекты и менять их размеры. Интересной функциональной способностью обладают кнопки «глаза», расположенные в верхнем ряду справа. С их помощью можно скрывать (не удалять совсем) некоторые объекты на рисунке. Это удобно при применении математического конструктора во время урока и выведения изображения на доску.

Далее, выполняя соответствующие построения, целесообразно изучить содержание пунктов меню «Геометрия» и «Мои инструменты».

Ниже мы предлагаем задания геометрического содержания, выполнение которых подразумевает получение в качестве результата необходимых навыков работы в данной программной среде.

Примеры заданий по геометрии для самостоятельной работы

1. Постройте отрезок $AB = 5$. Постройте окружность с центром в точке O [2; 3] и радиусом, равным AB.

2. Постройте треугольник ABC и опишите около него окружность.

Постройте окружность, вписанную в треугольник ABC.

3. Изобразите смежные и вертикальные углы. Определите их градусную меру.

4. Нарисуйте тупоугольный, остроугольный и прямоугольный треугольники. Измерьте величины углов. Проведите медианы, биссектрисы и высоты.

5. Постройте равнобедренный треугольник.

6. Постройте параллельные прямые. Определите расстояние между ними.

7. Начертите четырехугольник, вписанный в окружность; описанный около окружности. Найдите суммы противоположных сторон и углов.

8. Из вершины прямого угла треугольника опустили высоту на гипотенузу. Докажите, что два треугольника, образовавшиеся при этом, и данный треугольник имеют соответственно равные острые углы.

9. Постройте прямоугольный треугольник, острый угол которого равен 30°. Измерьте его стороны. Установите закономерность. Убедитесь в справедливости теоремы Пифагора.

10. Нарисуйте окружность. Проведите ее хорду и диаметр.

11. Начертите отрезок, разделите на 5 равных частей. Найдите расстояние между серединами крайних отрезков.

12. Начертите $\angle MKE$, равный 120°. Проведите луч KC так, чтобы $\angle MKC$ был равен 60°. Найдите ∠СКЕ и укажите его вид.

13. Докажите, что биссектрисы односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей, перпендикулярны.

14. Докажите, что биссектрисы накрестлежащих углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей, параллельны.

15. Каково взаимное расположение биссектрис соответственных углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей?

16. На продолжении боковых сторон AC и BC равнобедренного треугольника ABC за вершину C отметили точки E и D соответственно так, что DE параллельна AB. Докажите, что треугольник CDE — равнобедренный.

17. На плоскости проведены две пересекающиеся прямые. Покажите, что биссектрисы четырех образовавшихся углов лежат на двух перпендикулярных прямых.

18. Определите в скольких точках прямая может пересечь границу треугольника? четырехугольника?

Прямая через вершины не проходит.

19. Какие фигуры могут образоваться при пересечении двух треугольников? Двух выпуклых четырехугольников?

20. Изобразите многоугольник, у которого две не соседние стороны лежат на одной прямой. Сколько вершин может быть у такого многоугольника?

21. Определите с помощью построения, может ли при пересечении двух четырехугольников образоваться:

а) шестиугольник,

б) восьмиугольник,

в) десятиугольник,

г) четыре четырехугольник.

22. С помощью рисунка определите, может ли многоугольник иметь ровно 10 диагоналей.

23. Нарисуйте несколько разных выпуклых пятиугольников. Проведите в каждом все диагонали. На какие многоугольники оказался разделенным каждый пятиугольник?

24. Внутри треугольника дана точка O. Постройте на сторонах этого треугольника две точки — A и B — так, чтобы отрезок AB содержал точку O и делился этой точкой пополам.

25. Изобразите треугольник, у которого высота находится вне его. Затем треугольник, у которого все три высоты внутри. От чего это зависит?

26. Проведите в окружности два диаметра. Докажите, что концы диаметров служат вершинами четырехугольника, противоположные стороны которого равны.

27. Постройте равнобедренный треугольник. Покажите, что медианы, проведенные к боковым сторонам, равны.

28. Покажите с помощью построения, что в любом произвольном треугольнике три медианы (биссектрисы, высоты) пересекаются в одной точке. Изобразите медианы, биссектрисы и высоты в одном треугольнике.

Выполните аналогичные построения для равнобедренного и равностороннего треугольников. Сделайте выводы.

29. Нарисуйте четырехугольник, у которого все стороны равны. Проведите диагонали. Что вы заметили?

30. Постройте две перпендикулярные прямые. От точки пересечения отложите на этих прямых четыре равных отрезка. Покажите, что концы этих отрезков, отличные от общего, служат вершинами четырехугольника с равными сторонами и равными углами.

31. Нарисуйте треугольник. Рядом постройте равный ему треугольник. Выполните это задание несколько раз различными способами. Сколько таких способов?

32. Постройте два четырехугольника с соответственно равными сторонами. Будут ли равны эти четырехугольники? Как проверить равенство?

33. Постройте равносторонний треугольник, медианы в нем. Измерьте, под каким углом пересекаются две любые медианы. Повторите построение несколько раз для разных равносторонних треугольников. Сделайте вывод.

34. Проверьте, можно ли расположить на плоскости пять различных окружностей так, чтобы любые две касались друг друга.

35. Покажите с помощью измерений, что в любом треугольнике медиана меньше полусуммы двух сторон, между которыми она проходит.

36. Покажите с помощью измерений, что в любом выпуклом четырехугольнике сумма диагоналей меньше периметра, но больше его половины.

37. С помощью нескольких вариантов построения проверьте следующее утверждение: если у треугольника две высоты равны, то он равнобедренный.

38. С помощью нескольких вариантов построения проверьте следующее утверждение: если у треугольника ABC сторона AB в два раза больше стороны AC, то медиана, выходящая из вершины C, перпендикулярна биссектрисе $\angle A$.

39. Покажите, что диагональ многоугольника меньше половины его периметра.

40. Постройте многоугольник, у которого все углы острые. Сколько сторон может быть у такого многоугольника?

41. Покажите с помощью построения, что во всяком треугольнике найдется угол, который не больше $60°$.

42. Найдите углы треугольника ABC, если известно, что биссектриса $\angle A$ делит этот треугольник на два равнобедренных треугольника.

43. Нарисуйте пятиконечную звезду. Измерьте острые углы и найдите их сумму.

44. Покажите с помощью построения, что биссектрисы углов параллелограмма при пересечении образуют прямоугольник, диагонали которого параллельны сторонам параллелограмма и равны разности соседних сторон параллелограмма.

45. Постройте треугольник и средние линии в нем. Покажите, что в результате получилось четыре равных треугольника.

46. Покажите, что если диагонали четырехугольника равны, то середины его сторон служат вершинами ромба.

47. Покажите, что если диагонали четырехугольника перпендикулярны, то середины его сторон служат вершинами прямоугольника.

48. Покажите, каким образом произвольный треугольник можно разрезать на три трапеции.

49. Покажите, каким образом можно разрезать прямоугольный треугольник на три подобных между собой треугольника.

50. Определите, в каком отношении делит сторону BC треугольника ABC прямая, проходящая через точку A и середину медианы, выходящей из точки B.

51. Постройте прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4. Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей.

52. Проверьте следующее утверждение: медианы треугольника делят его на 6 равновеликих треугольника.

53. Постройте равнобедренный треугольник. Отметьте произвольную точку на основании и измерьте расстояние от нее до боковых сторон. Найдите сумму. Повторите данное измерение для разных расположений точки на основании. Что вы заметили?

54. Проверьте с помощью нескольких построений справедливость следующей теоремы: среди всех n-угольников, вписанных в данную окружность, наибольший периметр имеет правильный n-угольник.

55. Проверьте с помощью нескольких построений справедливость следующего утверждения: площадь прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равна произведению ее оснований.

56. В треугольнике ABC $\angle ACB$ — прямой, CH — высота данного треугольника, CD — биссектриса треугольника BCH. Докажите, что $AC = AD$.

57. На гипотенузе AB прямоугольного равнобедренного треугольника ABC отметили точки M и K так, что $AC = AM$ и $BC = BK$. Найдите $\angle MCK$.

58. Отрезки AC, AB, BC — соответственно диаметр и хорды окружности с центром O, $AB = BC$. Найдите $\angle AOB$.

59. Диаметры AB и CD окружности с центром O перпендикулярны. На диаметре AB по разные стороны от центра O отметили точки E и F так, что $CE = DF$. Докажите, что $OE = OF$.

60. Прямая, параллельная хорде AC окружности, касается этой окружности в точке B. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

61. В остроугольном треугольнике ABC проведена биссектриса BM; из точки M на сторону BC опущен перпендикуляр MK; $\angle ABM = \angle KMC$. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

62. Нарисуйте параллелограмм. Проведите диагонали и отметьте точку пересечения. Докажите, что эта точка делит диагонали пополам.

63. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC, касается его боковых сторон AB и BC в точках M и N соответственно. Докажите, что MN параллельно AC.

64. К окружности, вписанной в равносторонний треугольник со стороной 4, провели касательную, пересекающую две его стороны. Найдите периметр треугольника, который эта касательная отсекает от данного.

65. Проверьте с помощью нескольких построений, верно ли, что диагонали четырехугольника меньше его полупериметра. Докажите это утверждение.

66. Установите, в каких пределах может изменяться периметр треугольника, если две его стороны равны a и $в$. Проведите исследование для различных значений a и $в$. Установите закономерность.

67. Четыре населенных пункта расположены в вершинах выпуклого четырехугольника. В каком месте следует построить пекарню, чтобы сумма расстояний от нее до всех четырех данных пунктов была наименьшей? Выполните соответствующие построения.

68. Проверьте, что отрезки общих внутренних касательных к двум окружностям равны вне зависимости от радиусов этих окружностей. Для примера приведен один из вариантов построения (рис. 9).

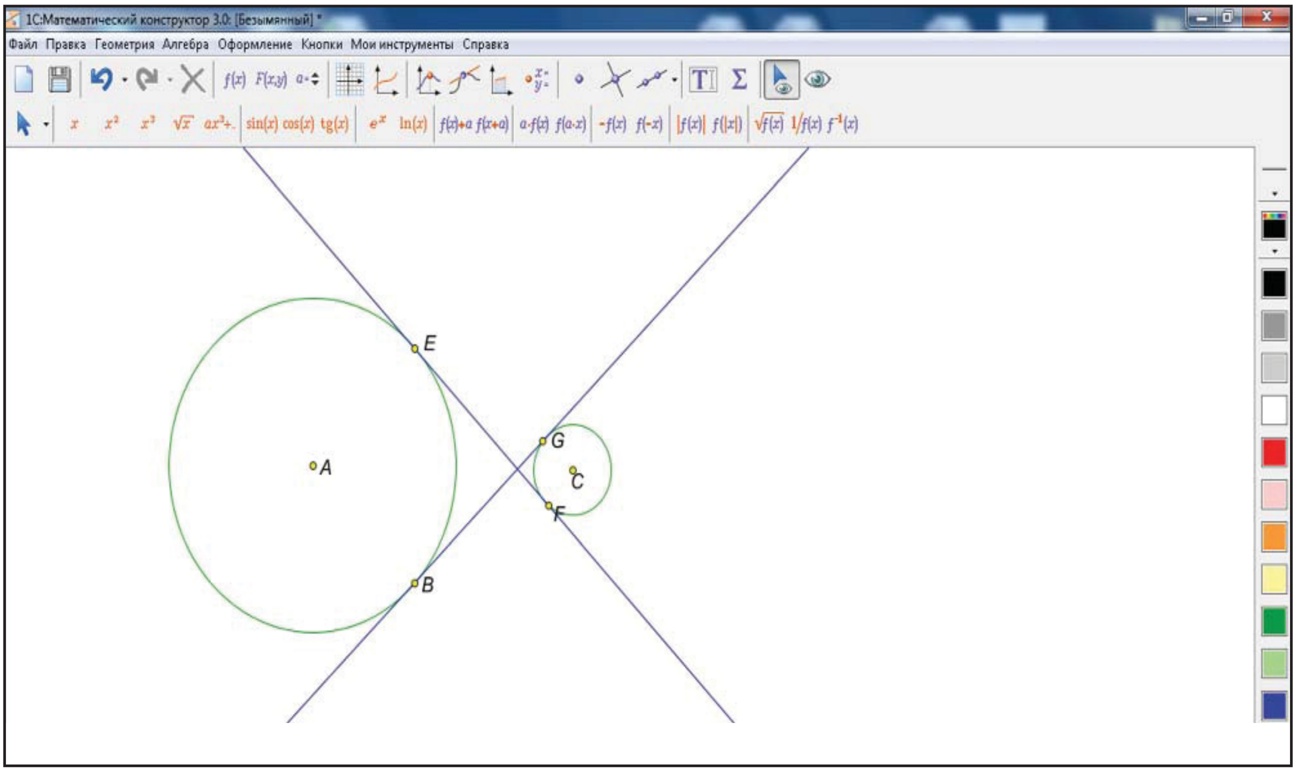


Рис. 9

69. Покажите, что отрезки общих внутренних касательных к двум окружностям одинакового радиуса в точке пересечения делятся пополам.

70. Покажите, что отрезки общих пересекающихся внешних касательных к двум окружностям равны. Для примера приведен один из вариантов построения (рис. 10).

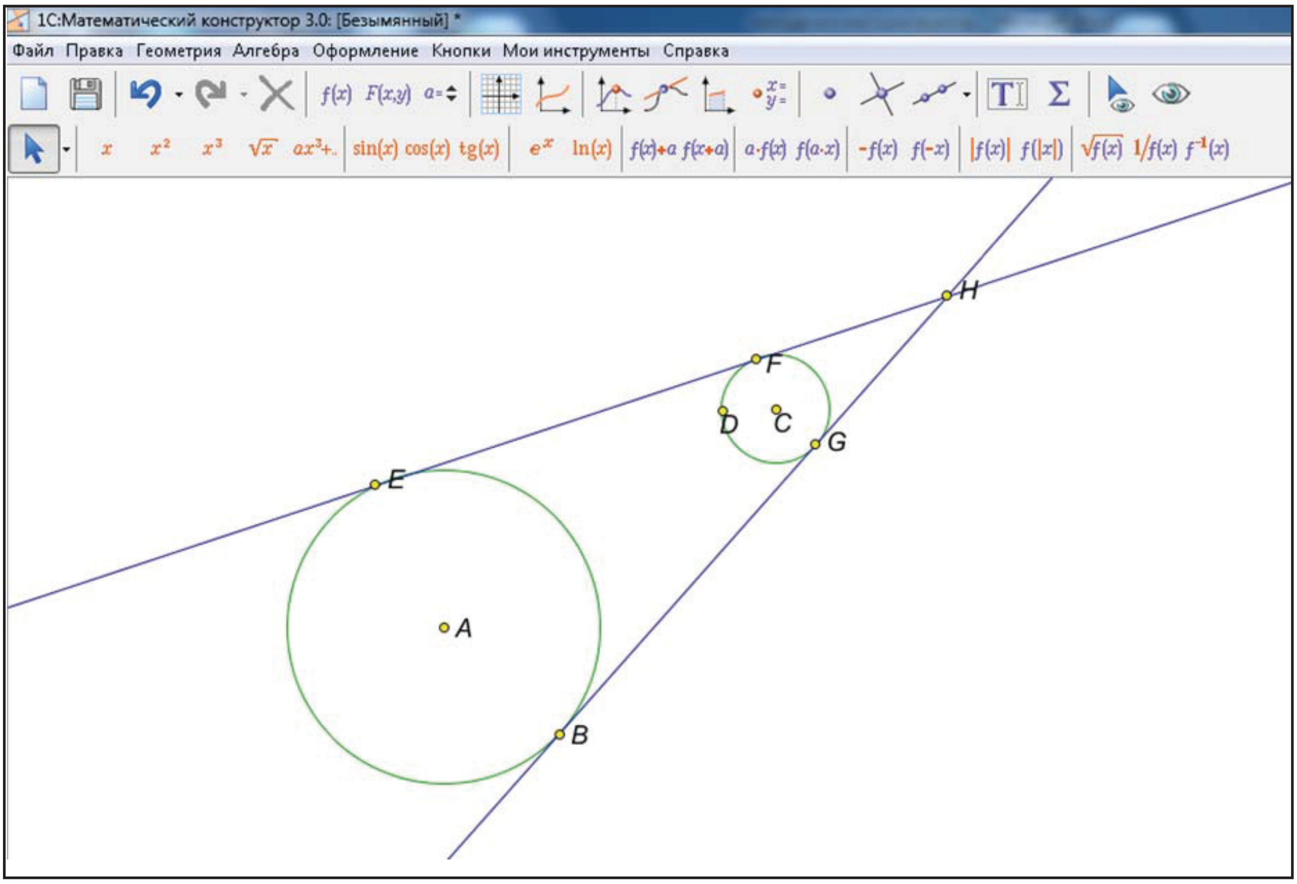


Рис. 10

71. Какую фигуру образуют центры окружностей данного радиуса, проходящих через данную точку?

72. Какую фигуру образуют центры окружностей различных радиусов, проходящих через две данные точки?

73. Три окружности одинакового радиуса попарно касаются друг друга. Докажите с помощью построения, что их центры являются вершинами правильного треугольника.

74. Могут ли пять окружностей попарно касаться друг друга? Выполните построения.

75. На какое наибольшее число областей разбивают плоскость:

а) две окружности,

б) три окружности,

в) четыре окружности?

Выполните построения.

76. Недалеко от двух населенных пунктов проходит шоссе. В каком месте этого шоссе необходимо построить автозаправочную станцию, чтобы расстояния от нее до обоих пунктов были одинаковыми? Выполните соответствующие построения.

77. Жильцы трех домов решили совместными усилиями вырыть колодец. В каком месте следует расположить колодец, чтобы расстояния от него до домов были одинаковыми? Выполните соответствующие построения.

78. Выполните разбиение произвольного выпуклого пятиугольника на выпуклые пятиугольники.

79. Выполните разбиение произвольного треугольника на семиугольники.

80. Покажите с помощью построений, что прямая, на которой лежит средняя линия треугольника, равноудалена от его вершин.

81. Определите с помощью построений, может ли средняя линия трапеции пройти через точку пересечения диагоналей.

82. Многоугольник с четным числом сторон называется равноугольно-полуправильным, если все его углы равны, а стороны равны через одну. Приведите примеры рисунков равноугольно-полуправильных многоугольников. Докажите с помощью построений, что около любого равноугольно-полуправильного многоугольника можно описать окружность.

83. Многоугольник с четным числом сторон называется равносторонне-полуправильным, если все его стороны равны, а углы равны через один. Приведите примеры построений таких многоугольников. Докажите, что в любой равносторонне-полуправильный многоугольник можно вписать окружность.

84. Проверьте с помощью построений, можно ли треугольник пересечь прямой, непараллельной основанию, так, чтобы отсечь от него подобный треугольник. В каком случае это невозможно?

85. Убедитесь с помощью нескольких построений, что точка пересечения диагоналей, точка пересечения боковых сторон и середины оснований произвольной трапеции принадлежат одной прямой.

86. На окружности отмечено n точек. Оказалось, что число отрезков, соединяющих эти точки, равно числу треугольников с вершинами в этих точках. Сколько точек могло быть отмечено?

87. Разбейте произвольный остроугольный треугольник на три трапеции.

88. Отметьте на плоскости 8 точек. Соедините их отрезками таким образом, чтобы из каждой точки выходили ровно 3 отрезка, чтобы отрезки не пересекались и чтобы из каждой точки, следуя по отрезкам, можно было бы добраться до любой другой.

89. Отметьте на плоскости 12 точек. Соедините их отрезками так, чтобы из каждой точки выходили ровно 5 отрезков и чтобы отрезки не пересекались.

90. В треугольнике длины всех сторон различны и выражаются целым числом сантиметров. Каким самым меньшим может быть периметр такого треугольника?

91. Разбейте квадрат на треугольники так, чтобы каждый треугольник граничил (по отрезку) ровно с тремя другими.

92. Тринадцатиугольный торт разрезали по нескольким непересекающимся диагоналям так, что все куски получились треугольными. Сколько кусков могло получиться?

93. Разрежьте правильный треугольник на три одинаковых пятиугольника.

РУКОВОДСТВО ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ОСВОЕНИЮ МЕНЮ «АЛГЕБРА»

Продолжаем освоение математического конструктора. Теперь рассмотрим его возможности в области алгебры:

- построение графиков функций одной и двух переменных, а также кусочных функций;
- деформирование построенных графиков;
- графические решение уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств;
- решение задач с параметром.

Графики основных функций можно построить с помощью непосредственного нажатия левой клавишей мыши на кнопки во втором ряду. Например, на рисунке 11 построен график функции натурального логарифма.

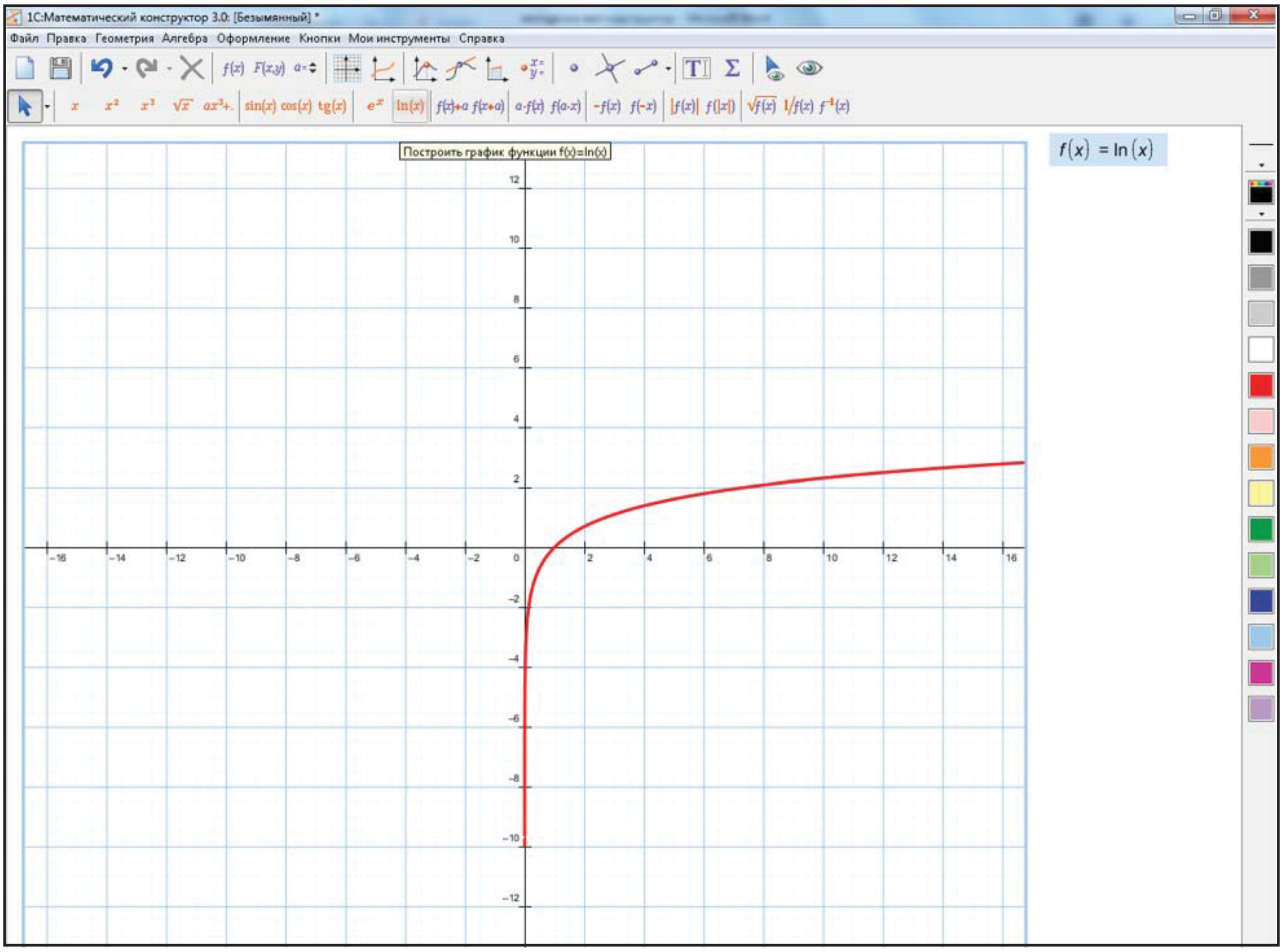


Рис. 11

Также в этой строке на экране мы можем выбрать кнопки, с помощью которых можно осуществить деформацию уже построенного графика — сдвиги по осям, растяжение, сжатие и так далее.

Используя кнопки «Создать функцию» и «Создать функцию двух переменных» (рис. 12), можно создавать различные функции (рис. 13) для последующего построения.

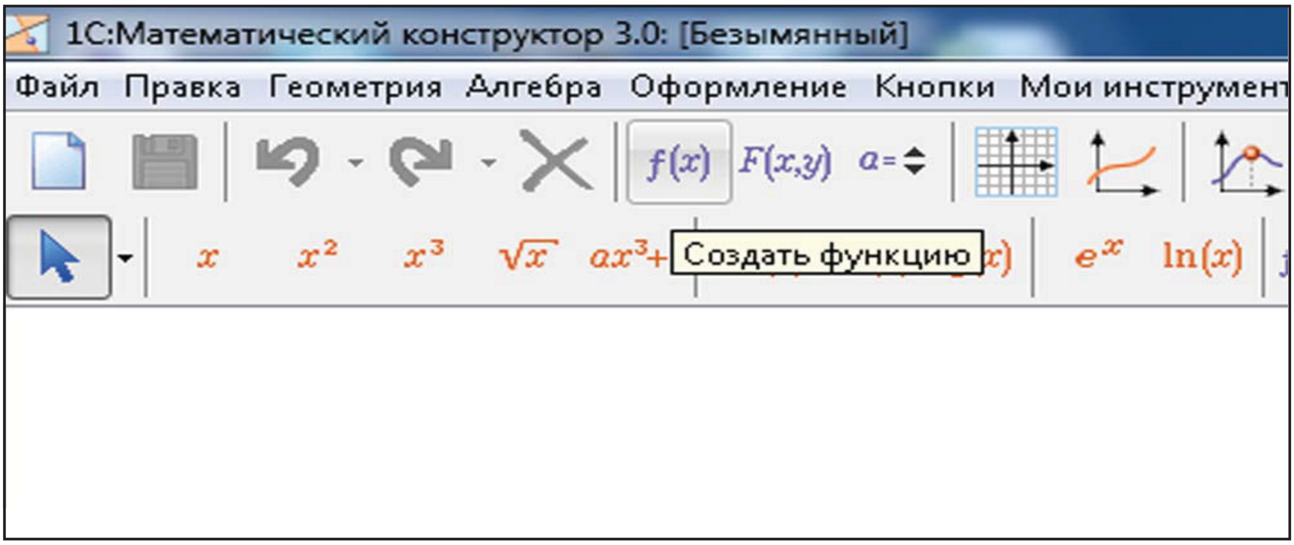


Рис. 12

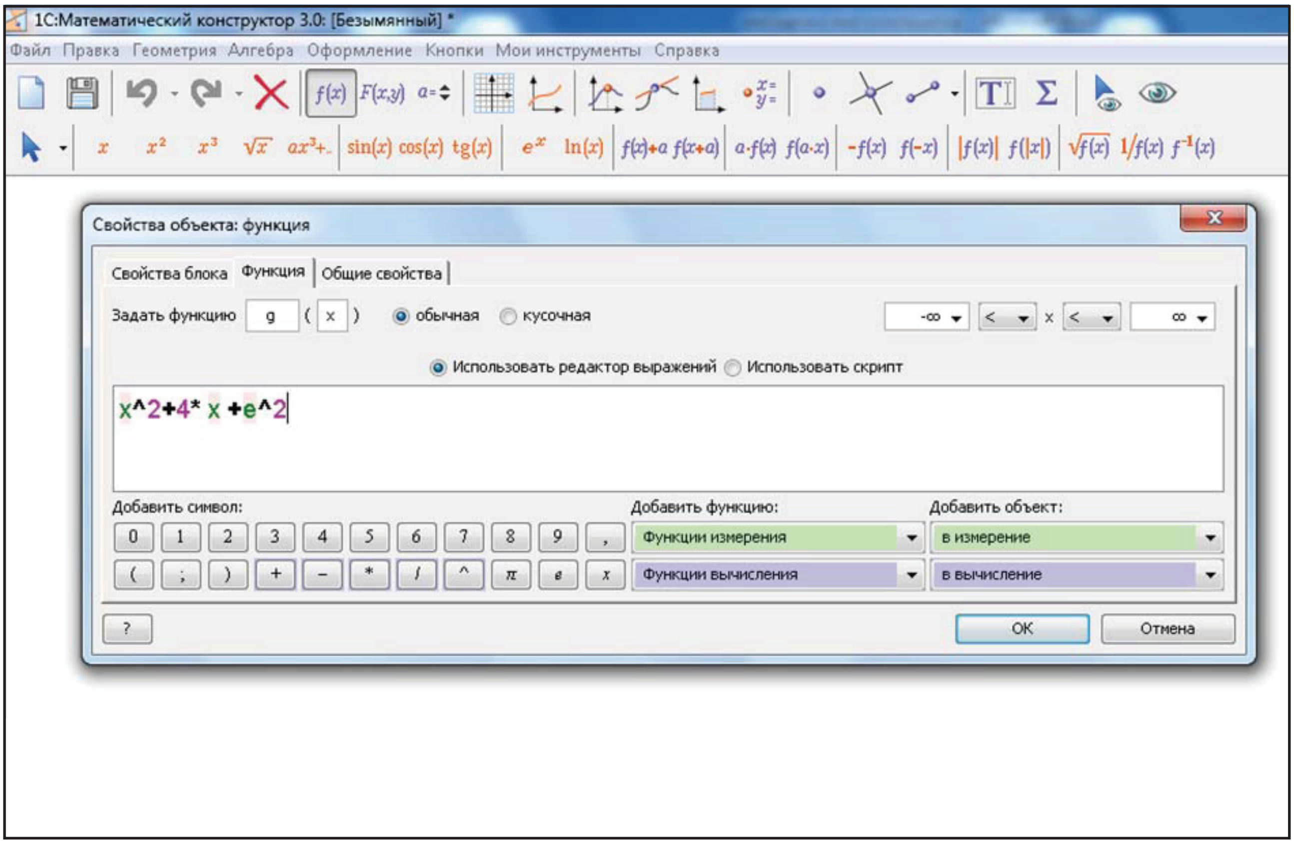


Рис. 13

При наборе формул следует неукоснительно соблюдать правила, подробно описанные в руководстве пользователя программной среды «Математический конструктор».

Нажав кнопку «Построить график», строим график (рис. 14).

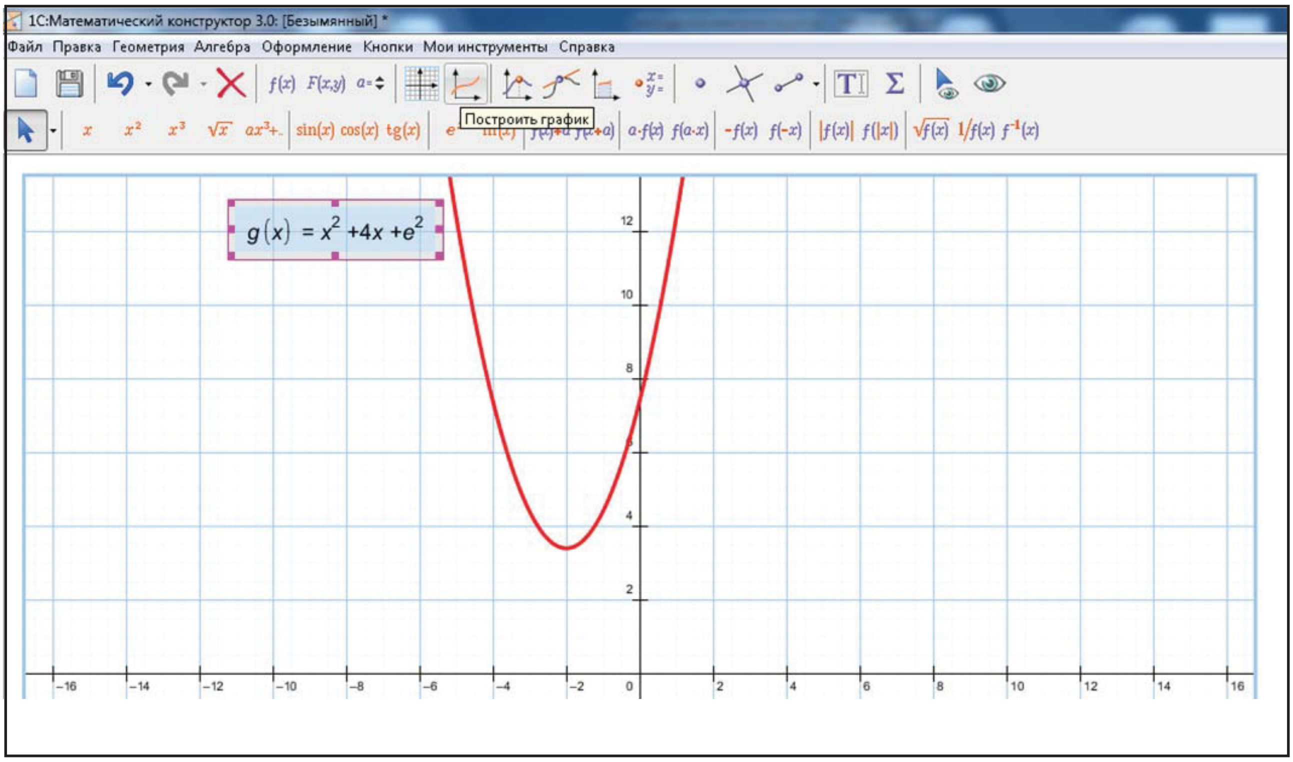


Рис. 14

Аналогично и для функции двух переменных (рис. 15).

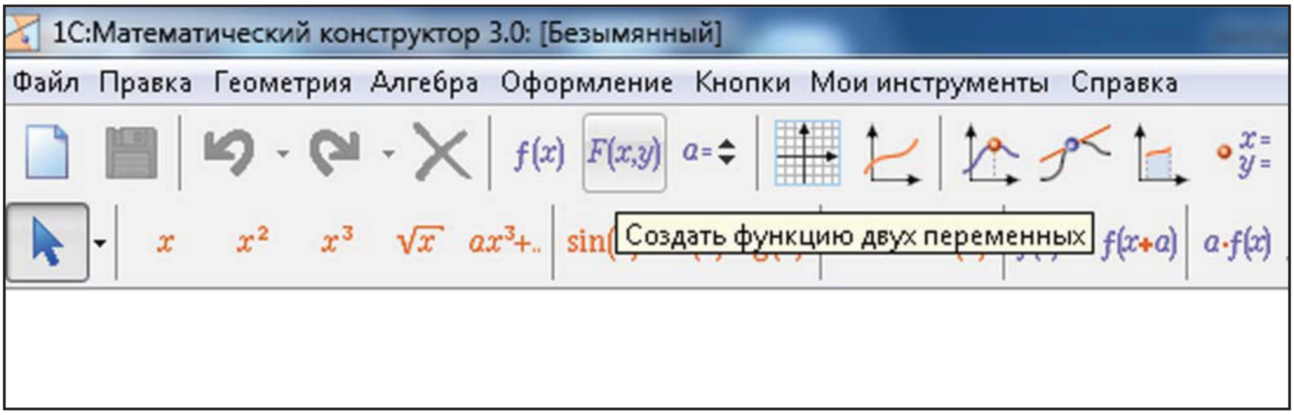


Рис. 15

Отметим, что при наборе формул функций нельзя использовать знак « = » (предварительно все слагаемые должны быть перенесены в одну часть уравнения).

Разберем построение кусочно-заданной функции:

$$f(x) = \begin{cases} -2x+1, \text{если } x \le -2 \\ x^2, \text{если } -2 < x < 3 \\ 6, \text{если } x \ge 3 \end{cases}$$

Первоначально используем кнопку «Создать функцию» и набираем формулы трех данных функций (рис. 16)

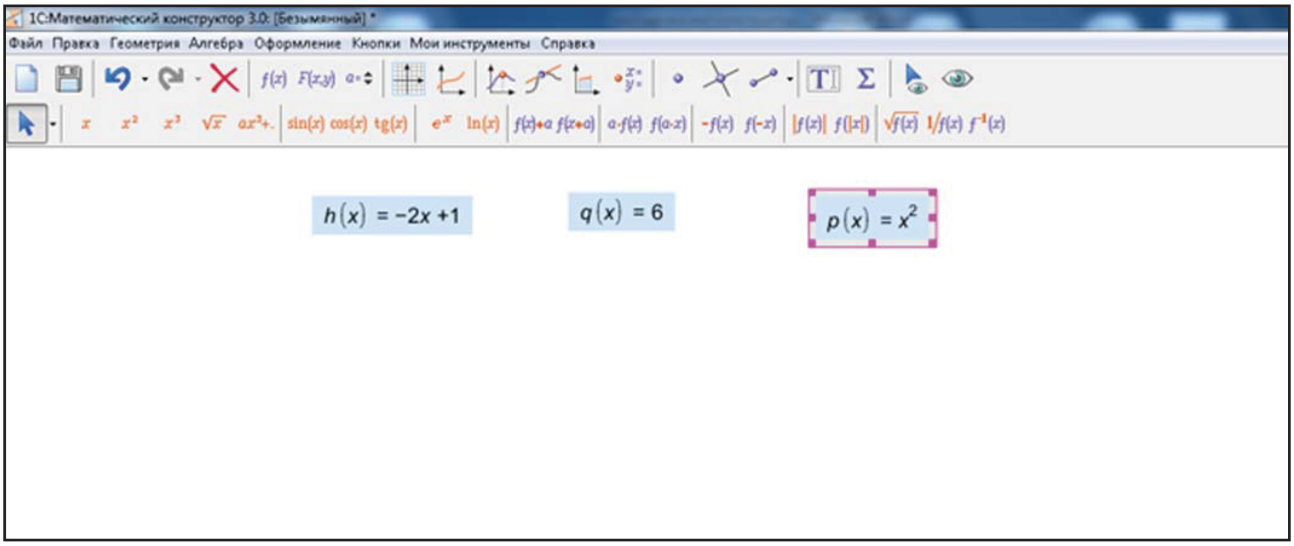


Рис. 16

Теперь снова, изначально нажимая кнопку «Создать функцию», выбираем пункт «кусочная» (рис. 17).

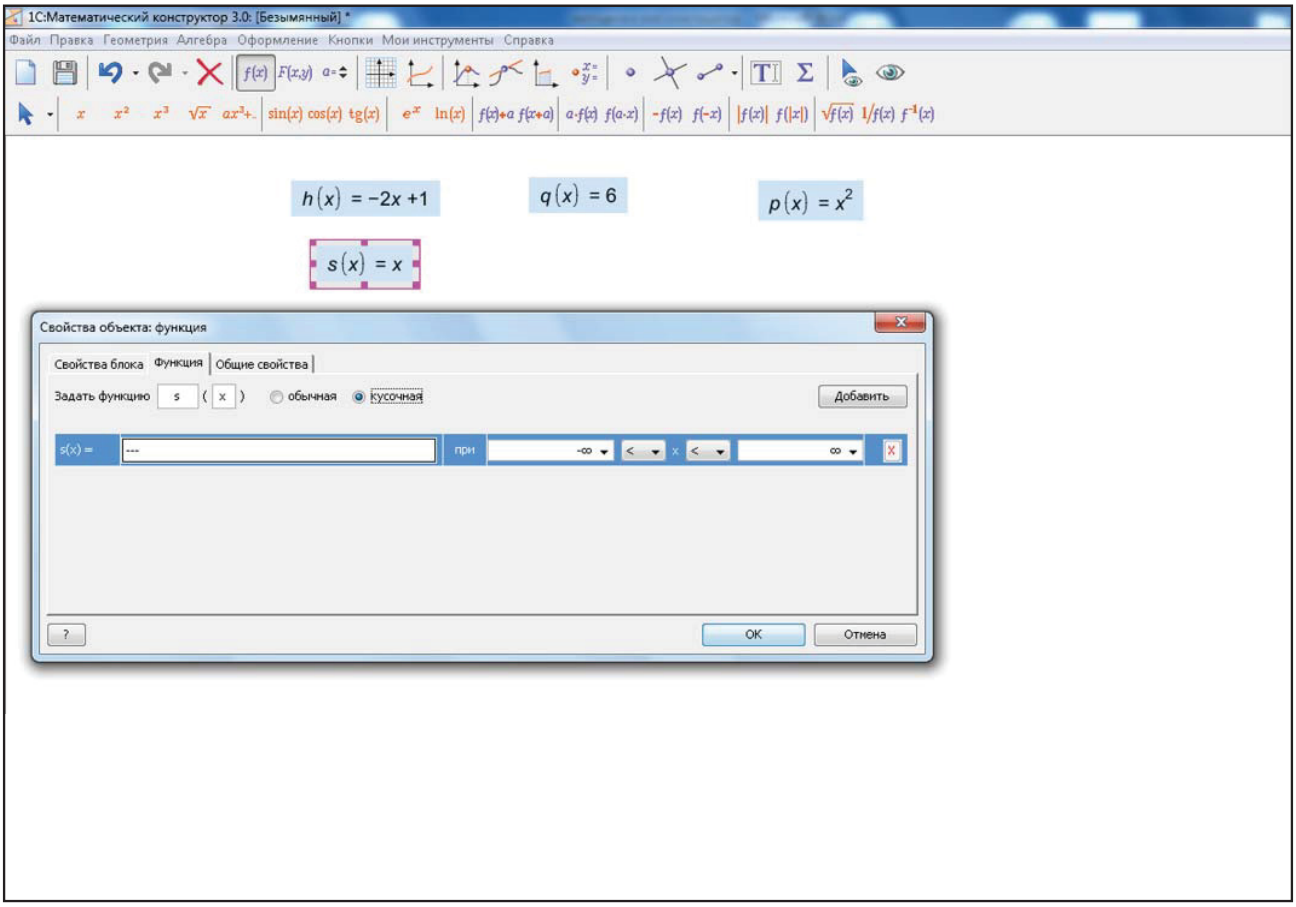


Рис. 17

И начинаем собирать кусочную функцию, нажимая кнопку «Добавить» из данной таблицы (рис. 18).

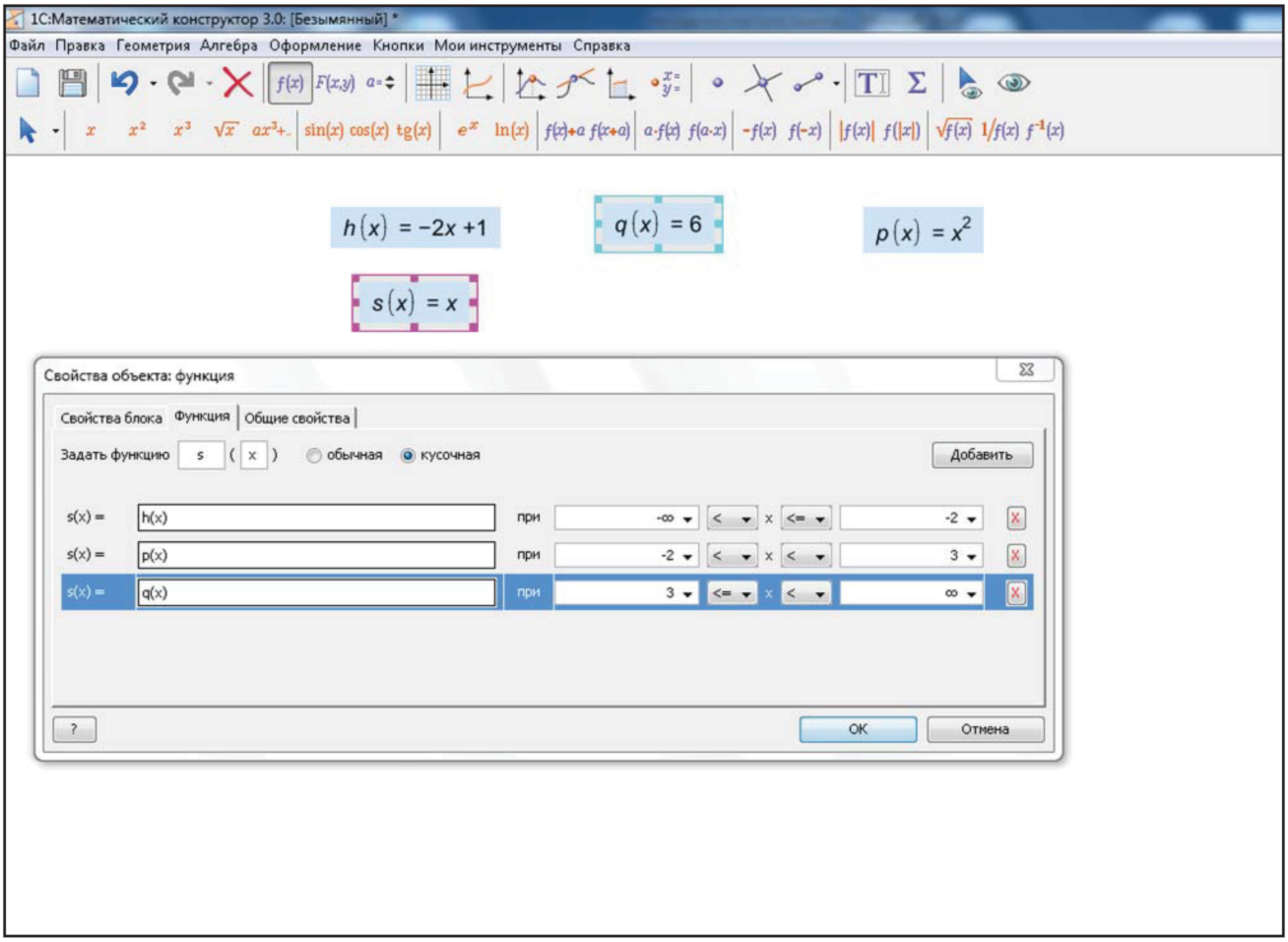


Рис. 18

Получаем на листе следующую запись (рис. 19).

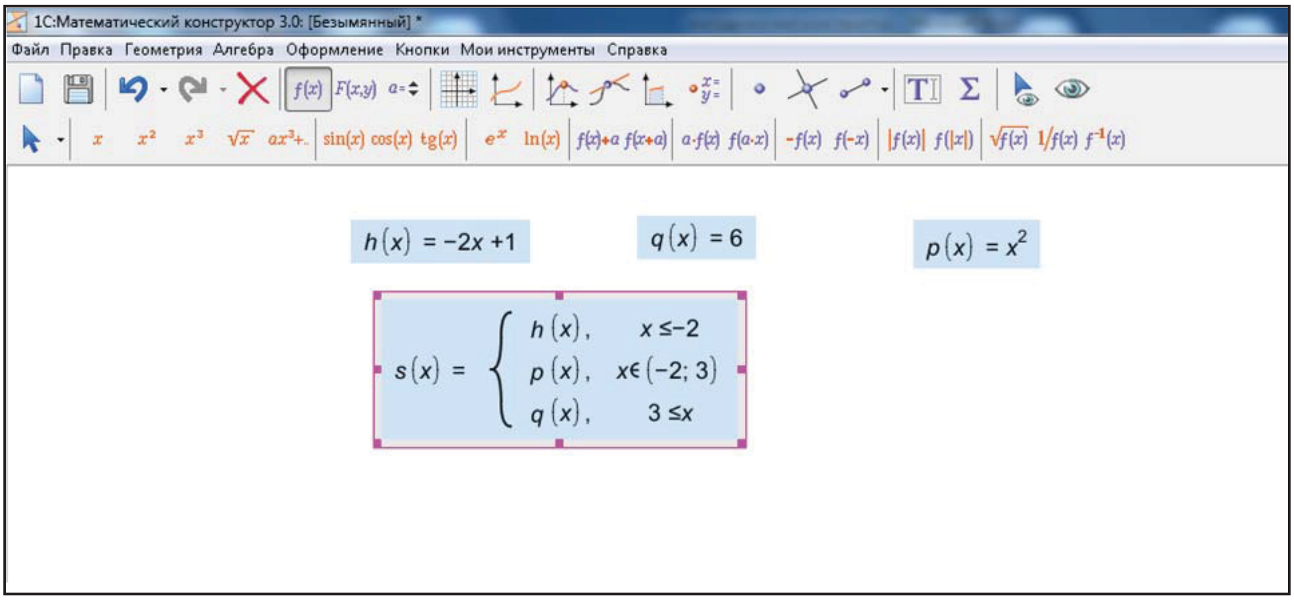


Рис. 19

Используя кнопку «Построить график», щелкаем левой клавишей мыши по созданной нами записи функции. Получаем график (рис. 20).

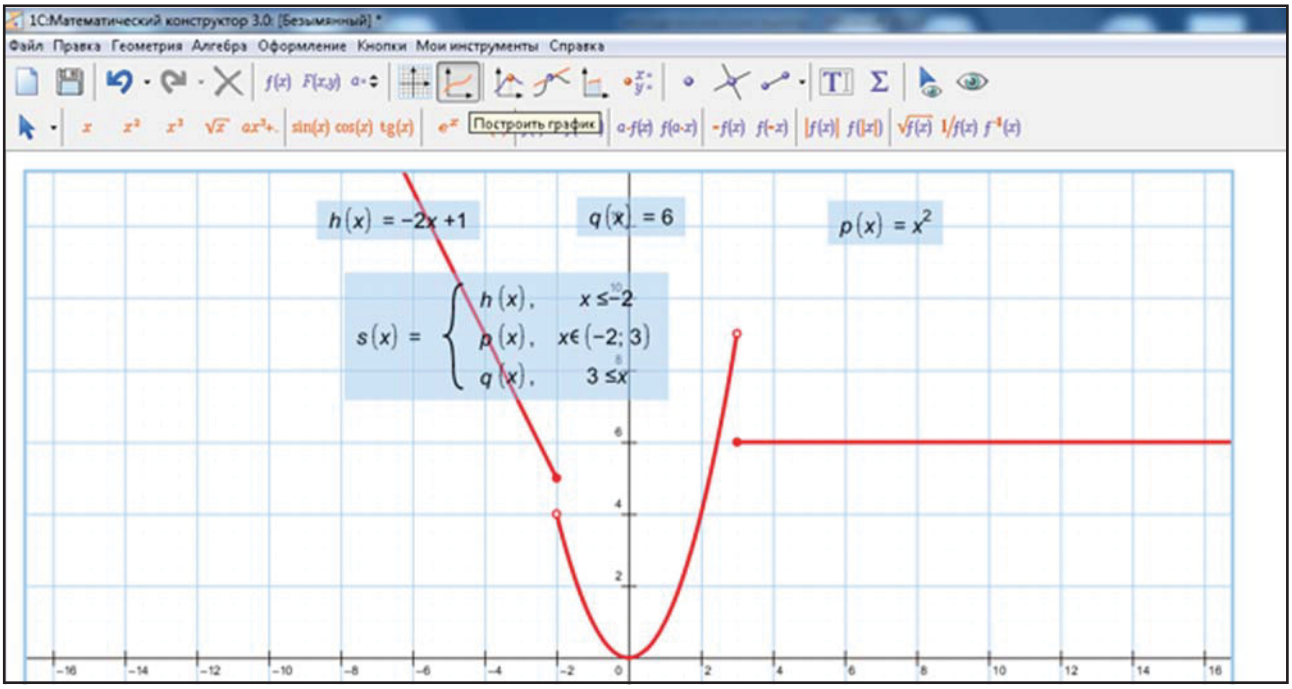


Рис. 20

Для решения уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств сначала строим графики соответствующих функций. Затем для поиска решения необходимо использовать кнопки «Построить точку пересечения двух линий» и «Определить координаты точки» (рис. 21, 22).

Рис. 21

Рис. 22

Параметр возможно использовать при построении графиков. Для этого сначала в верхней строке на экране выбираем кнопку «Создать параметр» (рис. 23).

Рис. 23

Затем левой клавишей мыши щелкаем по листу. Появляется таблица, в которой выбираем букву для обозначения (рис. 24, 25).

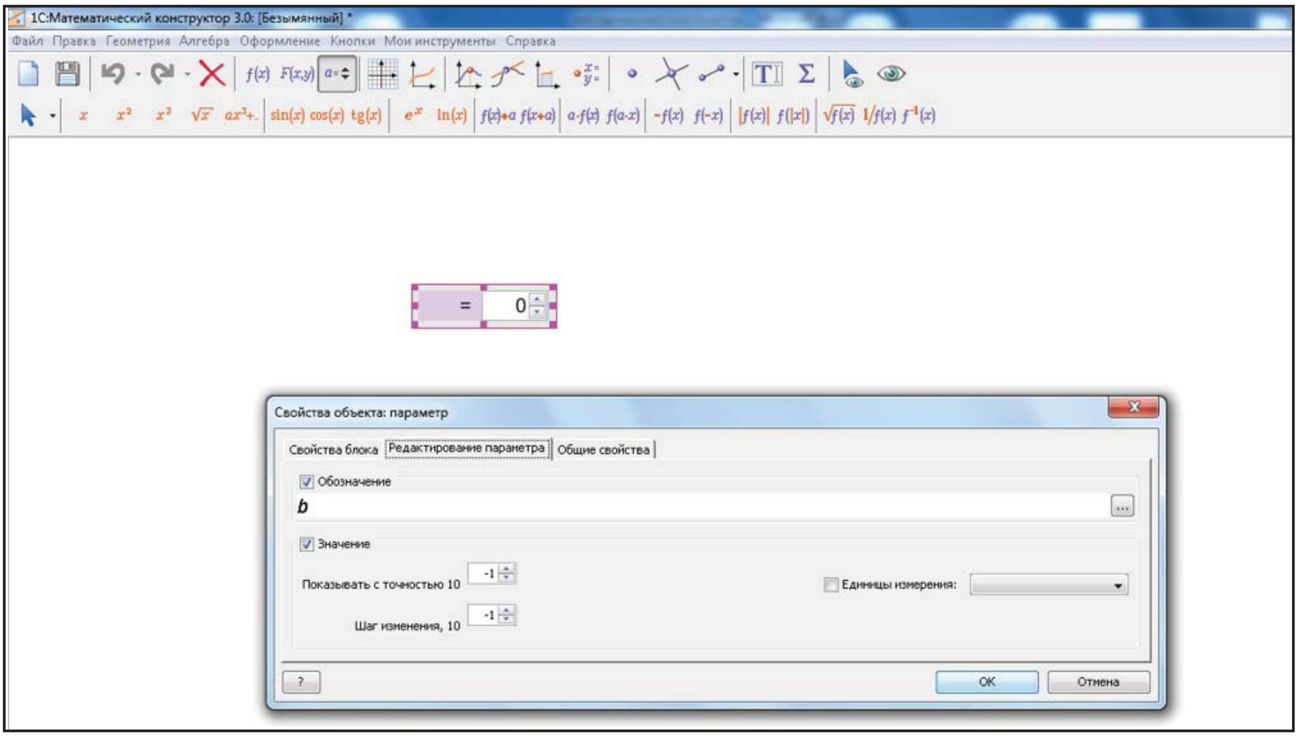


Рис. 24

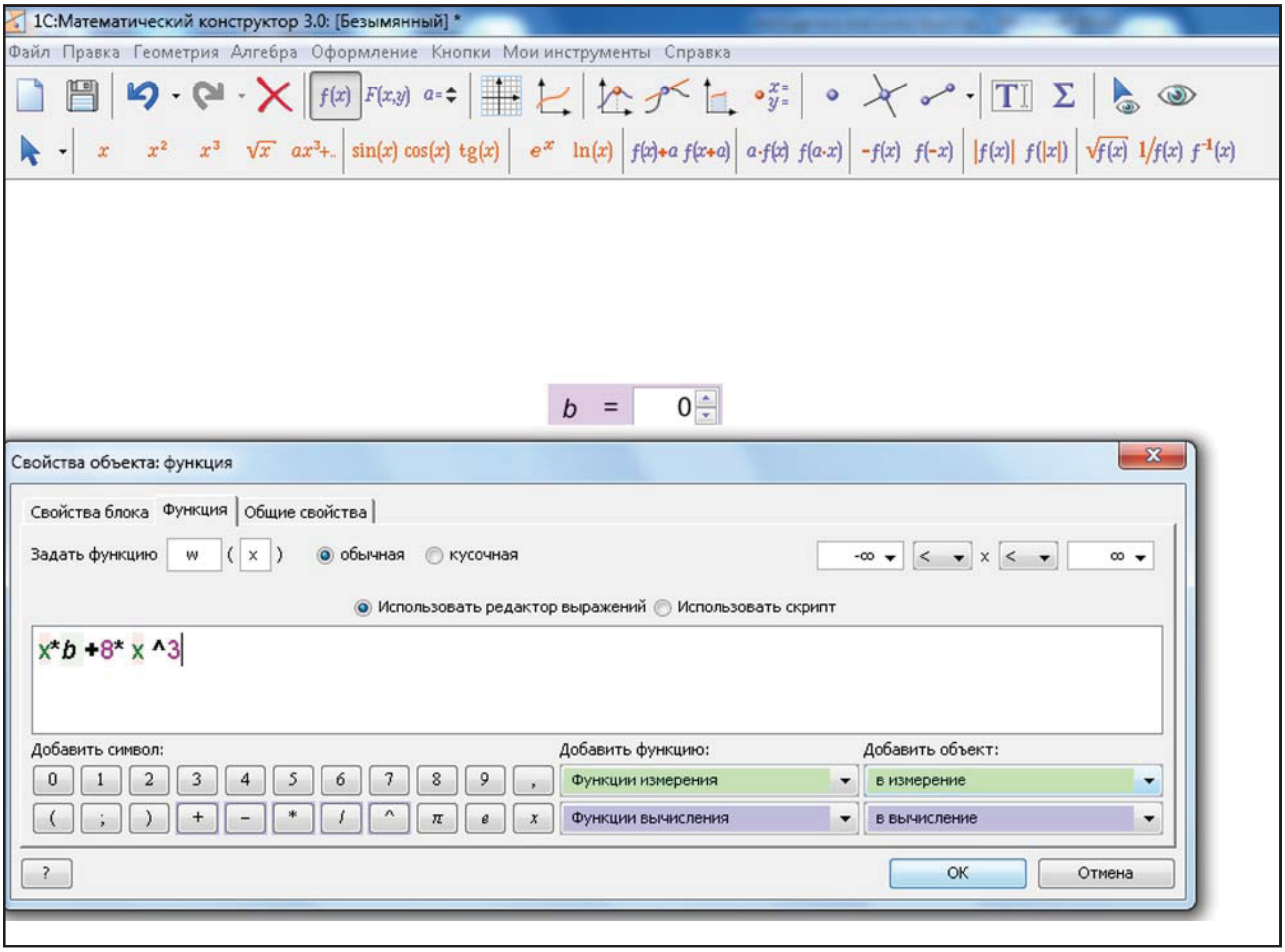


Рис. 25

Затем создаем функцию, включая в ее запись данный параметр (рис. 26, 27).

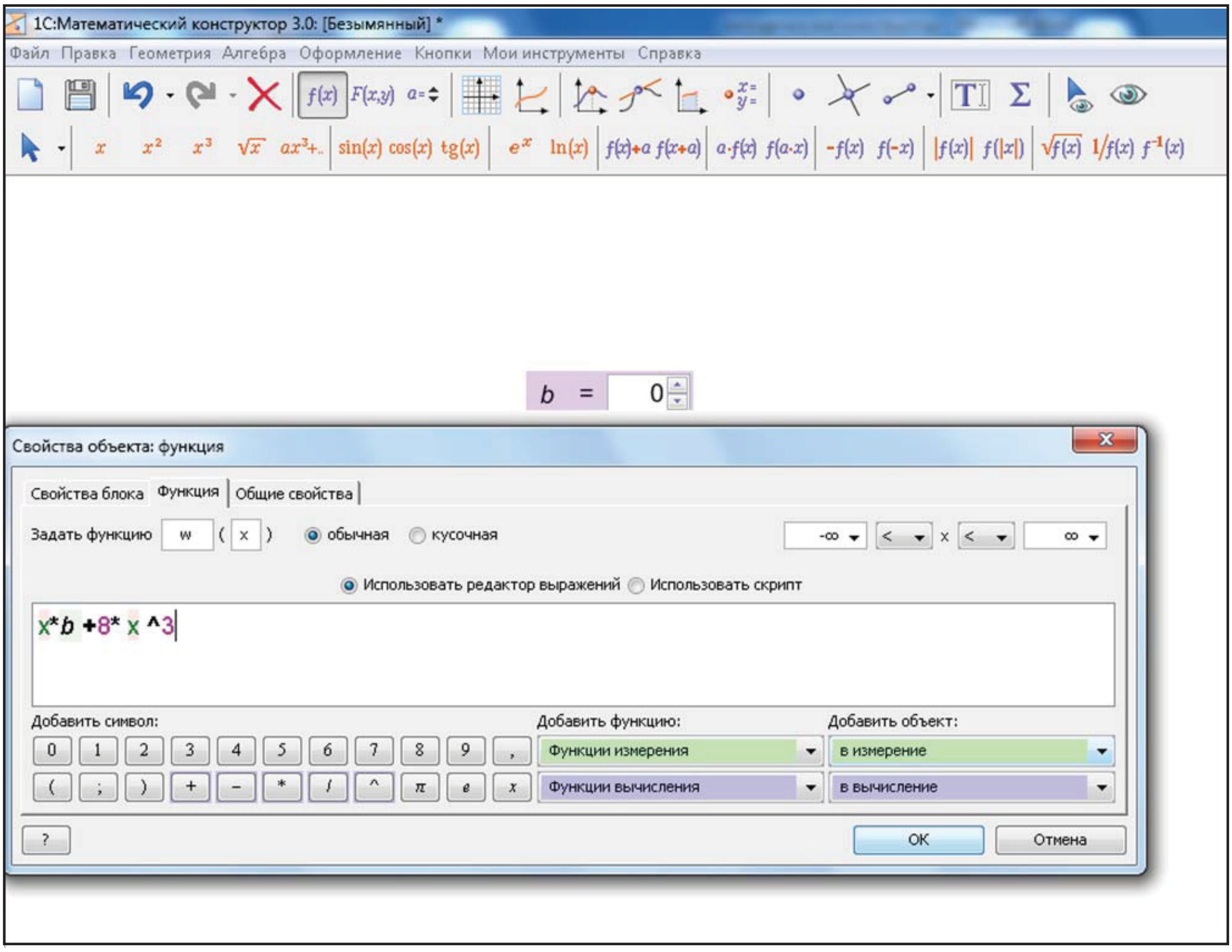


Рис. 26

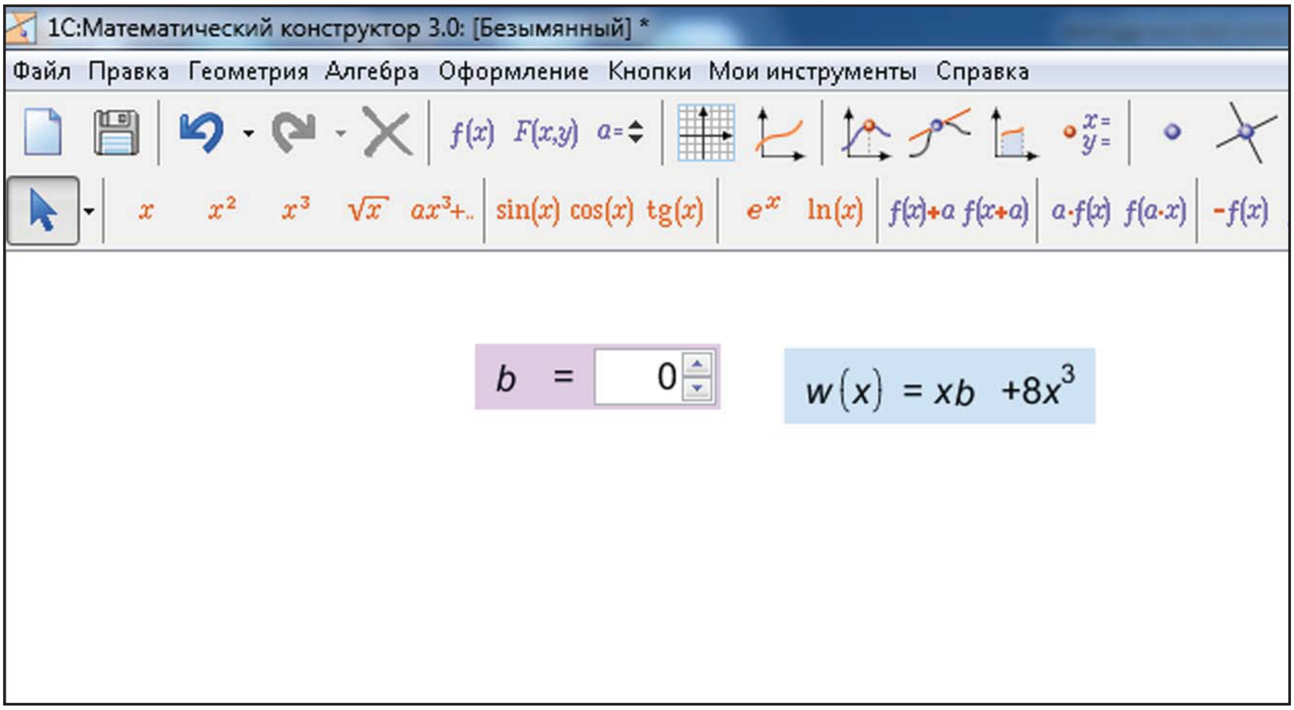


Рис. 27

Строим график. Сначала график будет построен при параметре равном 0 (рис. 28).

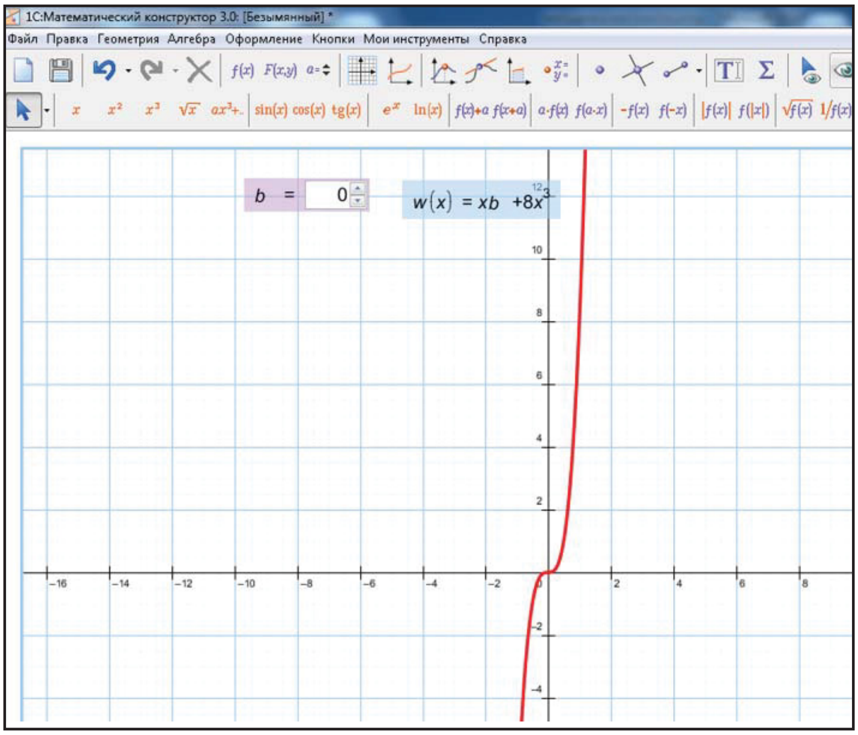


Рис. 28

Изменяя параметр в окошке с помощью стрелок или вводя значения с клавиатуры, мы сразу наблюдаем изменение картинки. Она меняется синхронно изменениям параметра (рис. 29).

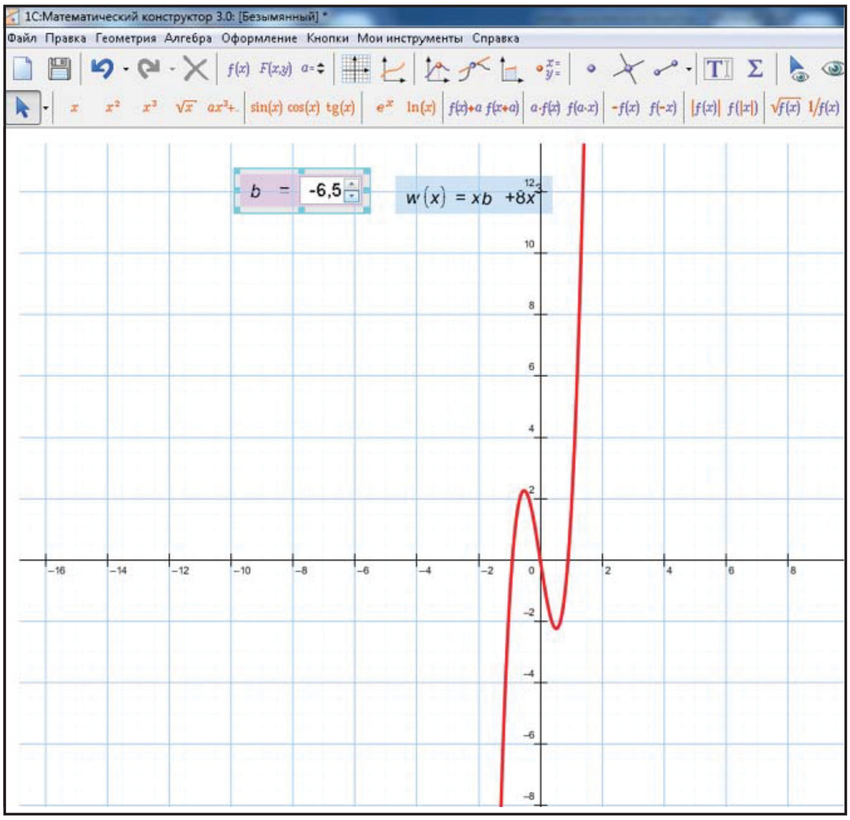


Рис. 29

Примеры заданий по алгебре для самостоятельной работы

1. Построить график функции $y = 8x - 2x^2$ по «шагам»

$y_1 = x^2$

$y_2 = (x-2)^2$

$y_3 = (x-2)^2 - 4$

$y_4 = 2\,((x-2)^2 - 4)$

$y_5 = -2\,((x-2)^2 - 4)$

2. Построить графики функций

$y = \dfrac{-x}{|x|}$; $y = x + \dfrac{1}{x}$;

$|x + y| = 1$; $y = x^{1/\lg x}$;

$(x + |x|)^2 + (y + |y|)^2 = 4$;

$|y| + |x| = 1$; $y = \sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{(x-1)^2}$;

$|y| = |x|$; $y = \dfrac{3|x-2|}{x-2} + 1$;

$y = \dfrac{1}{1 - |x|}$; $y = \dfrac{-x^3 - 3x^2 + x + 3}{x^3 + 6x^2 + 11x + 6}$;

$y = \dfrac{|x-3| + |x+1|}{|x+3| + |x-1|}$;

$y = \sqrt{x(x^2 + 2x + 1)}$; $y = \sqrt{x} + 2\sqrt{x+1}$;

$y = \mathrm{tg}x + \sin x$ $y = \dfrac{\cos x}{\mathrm{tg}\,x}$

$y = \big|\big||x-1| - 2\big| - 3\big|$ $x^3 - 4xy + y^3 + 2 = 0$;

$x^3 - 4xy + y^2 + 2 = 0$; $2xy = x^2 + 2y$;

$x^2 - 6y + y^2 + 8x + 21 = 0$; $y = x\,|x| + |x| - 6x^5$;

$x^4 - y = -2$; $(x^2 + y^2 + y)^2 = x^2 + y^2$ (кардиоида).

$\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$;

3. Построить графики функций

$$y=\begin{cases}-2x+4, \text{ если } & x>0\\ 0{,}1x-5 \text{ если } x\le 0;\end{cases}$$

$$y=\begin{cases}3x-1, \text{ если } & x<2\\ \dfrac{10}{x}, \text{ если } & 2\le x<5;\\ x-3, \text{ если } & x\ge 5\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}-\dfrac{2}{x}, \text{ если } & x<0\\ 3, \text{ если } & 0\le x\le 4;\\ \sqrt{x,} \text{ если } & x>4.\end{cases}$$

4. Решить уравнения

$\sqrt{x^2+3x-4}+\sqrt{x^2+6x+8}=0;$

$(x-12)(x+12)=2(x-6)^2-x^2;$

$x^8-17x^4+16=0;$

$(x+3)^3-(x+1)^3=56;$

$\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{x-1}=1;$

$\sqrt{x^2-\dfrac{7}{x^2}}+\sqrt{x-\dfrac{7}{x^2}}=x;$

$x^3-19x-30=0;$

$(3x-1)^2+(4x+2)^2=(5x-1)(5x+1);$

$5(x+2)^2+(2x-1)^2-9(x+3)(x-3)=22;$

$y^2=x^2;$

$xy=0;$

$x^2+y^2=25;$

$x^2-y^2=-9;$

$|x| + |y| = 1;$

$x^3 + y^6 = -4;$

$xy = 2;$

$(x^2 + y^2)\, y = 0;$

$xy - 2y = 0;$

$|x + 9| + |y - 8| = 9;$ $x^2 + y^2 + x + y + 0{,}5 = 0;$

$x^2 + y^2 + 4 = 4y;$ $(x^2 + y^2)\, y = 6;$

$-xy = 2;$ $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 8;$

$x^2 + y^2 + 4 = 4x;$ $xy - 2y = 0.$

5. Решить системы уравнений

$$\begin{cases} x - 1{,}5y = 4 \\ 3y - 2x = 8; \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 4 \\ |x + y| = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x| - y = 0 \\ x - y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x + y}{8} + \dfrac{x - y}{6} = 4 \\ \dfrac{3x + y}{4} - \dfrac{2x - 5y}{3} = 5; \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{5}{2x - 3y} + \dfrac{10}{3x - 2y} = 3 \\ \dfrac{20}{3x - 2y} - \dfrac{15}{2x + 3y} = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 2 \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$$

6. При каком значении p прямая $y = -2x + p$ имеет с параболой $y = x^2 + 2x$ ровно одну общую точку?

Найдите координаты этой точки.

Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении p.

Решение

Сначала построим параболу (рис. 30).

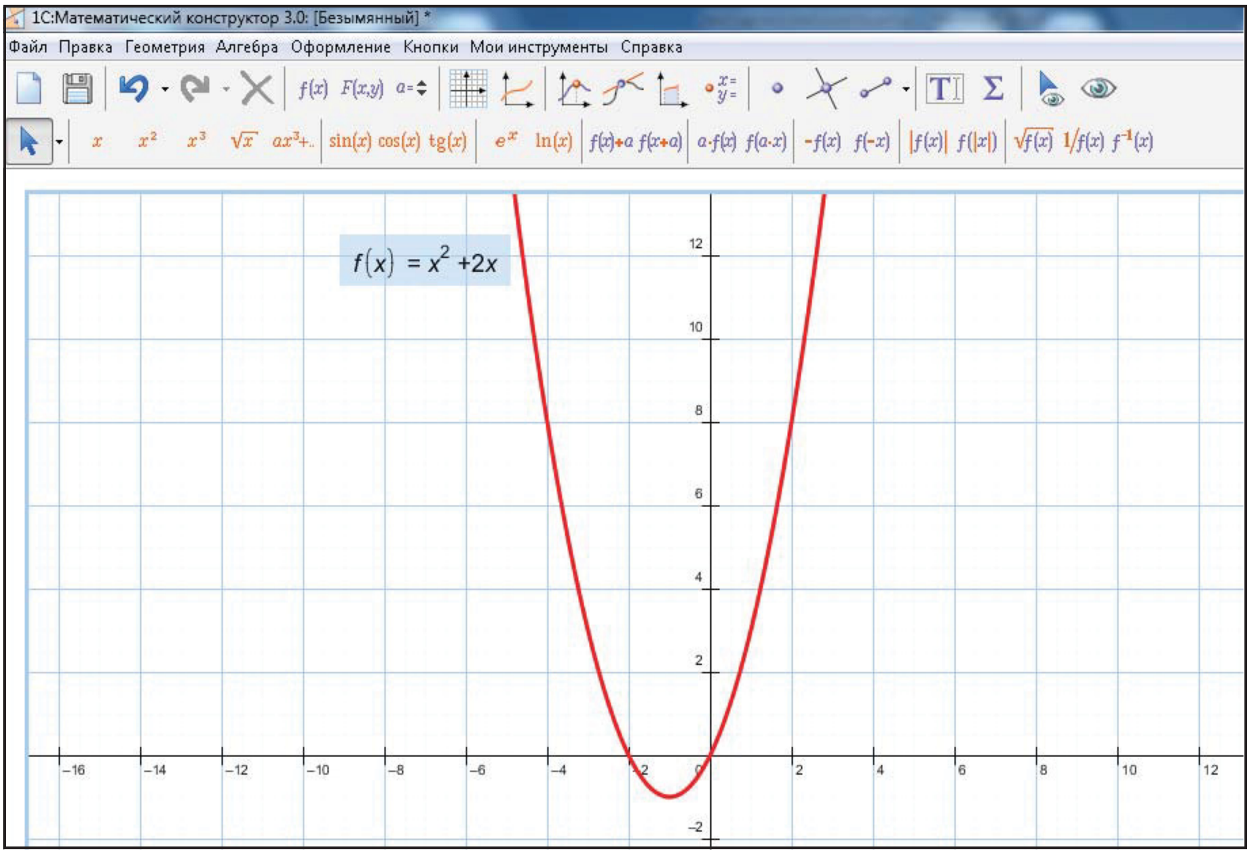


Рис. 30

Затем введем параметр и наберем формулу второй данной функции (прямой) (рис. 31).

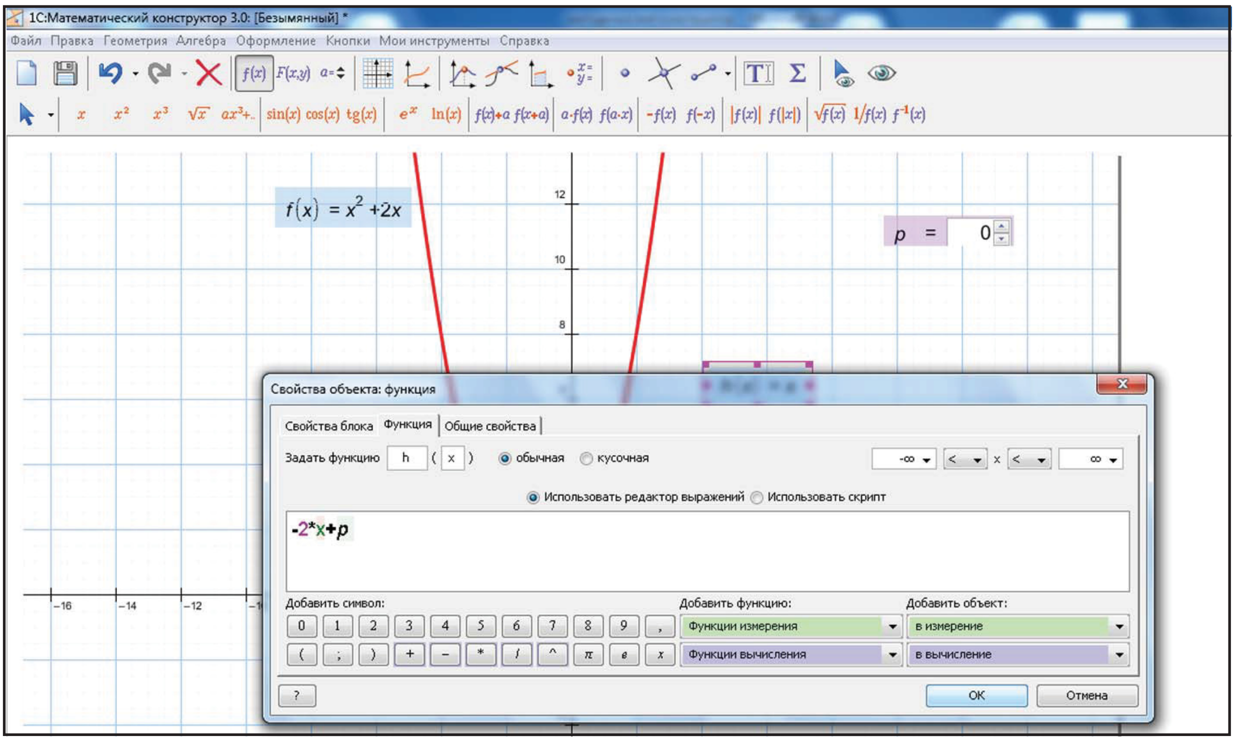


Рис. 31

Построим график прямой и будем изменять значения параметра в окне так, чтобы выполнить условия задачи (рис. 32).

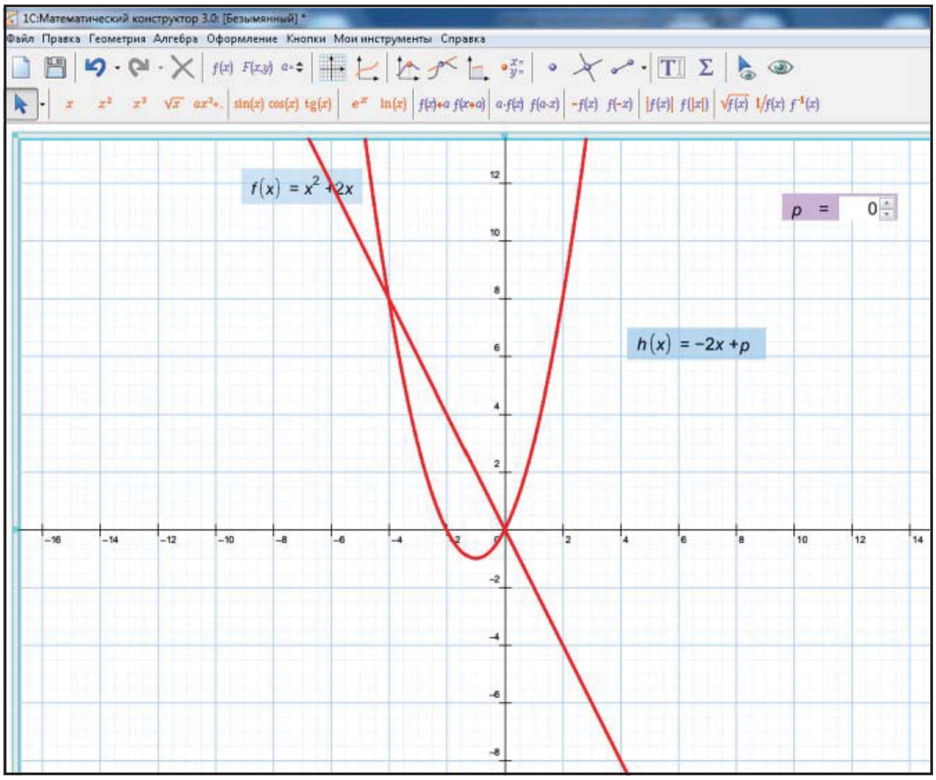


Рис. 32

Рекомендуем предварительно увеличить масштаб рисунка и скорректировать размер шага изменения параметра (меню «Свойства объекта») (рис. 33).

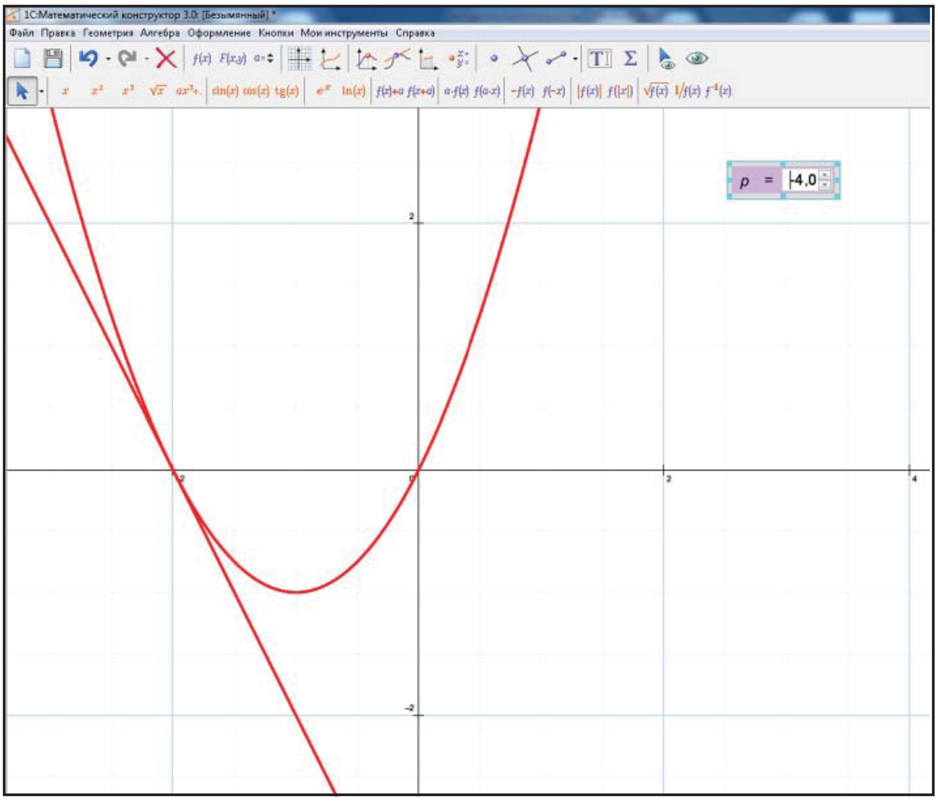


Рис. 33

Получаем искомое значение: $p = -4$.

Теперь определим координаты полученной общей точки [– 2; 0].

7. При каких значениях m вершины парабол $y = x^2 - 4mx + m$ и $y = -x^2 + 8mx + 4$ расположены по одну сторону от оси x?

8. Известно, что графики функций $y = x^2 + p$ и $y = -2x - 2$ имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.

9. Найдите все значения a, при которых неравенство $x^2 + (2a + 4)x + 8a + 1 \leq 0$ не имеет решений.

10. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 6ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше чем -24.

11. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых среди значений функции $y = \dfrac{x^2 - 2x + a}{6 + x^2}$ есть ровно одно целое число.

12. Найдите все значения параметра a, если множество значений функции $y = \dfrac{a \ \ + 3x - ax}{x^2 + 2ax + a^2 + 1}$ содержит отрезок [0; 1].

13. Найдите все такие значения параметра а, при каждом из которых уравнение $(4x - x^2)^2 - 32\sqrt{4x - x^2} = a^2 - 14a$ имеет хотя бы одно решение.

14. Найдите все значения a, при каждом из которых множество значений функции $y = \dfrac{3x + a}{x^2 + 5x + 7}$ содержит промежуток [–1; 3]. При каждом таком a укажите множество значений функции $f(x)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Васильева, М. В.* Использование возможностей программы 1С «Математический конструктор» при подготовке методических материалов к уроку математики [Электронный ресурс] / М. В. Васильева. — URL: http://edu.asou-mo.ru/index.php/2j-den/ispolzovanie-vozmozhnostej-programmy-1c-matematicheskij-konstruktor-pri-podgotovke-metodicheskikh-materialov-k-uroku-matematiki-vasileva-m-v.

2. Малый мехмат МГУ. Математические кружки [Электронный ресурс]. — URL: http://mmmf.msu.ru/circles/faq.html.

3. Математический конструктор [Электронный ресурс]. — URL: https://obr.1c.ru/mathkit/.

4. Математический конструктор 3.0 [Электронный ресурс]. — URL: http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/903077b7-0221-4823-b549-b236326d48d4/.

5. «Решу ОГЭ» : математика — общеобразовательный портал [Электронный ресурс]. — URL: https://oge.sdamgia.ru/.

6. *Смирнова, И. М.* Геометрия 7—9 : учебник / И. М. Смирнов, В. А. Смирнов. — М. : Мнемозина, 2005. — 376 с. — (Серия «Математика»).

7. *Шарыгин, И. Ф.* Геометрия 7—9 : учебник для общеобразовательных учреждений / И. Ф. Шарыгин. — М. : Дрофа, 2012. — 462 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

М. В. Котельникова

Программная среда «Математический конструктор» в обучении математике

Методическое пособие

Редактор **Н. А. Елизарова**
Компьютерная верстка **М. В. Семиковой**

Оригинал-макет подписан в печать 20.01.2020 г.
Формат 60 × 84 $^{1}/_{8}$. Бумага офсетная.
Гарнитура Times New Roman.
Печать офсетная. Усл.-печ. л. 3,72. Тираж 100 экз. Заказ 2588.
ГБОУ ДПО «Нижегородский институт развития образования»
603122, Н. Новгород, ул. Ванеева, 203.
www.niro.nnov.ru
Отпечатано в издательском центре учебной
и учебно-методической литературы ГБОУ ДПО НИРО

М. В. Котельникова

Программная среда «Математический конструктор» в обучении математике

Методическое пособие

НИРО
НИЖЕГОРОДСКИЙ
ИНСТИТУТ
РАЗВИТИЯ
ОБРАЗОВАНИЯ